MODELLVERSUCHE ZUR ELEKTROMAGNETISCHEN INDUKTION IN RÄUMLICHEN METALLISCHEN LEITERN MIT ANWENDUNGEN AUF DIE ERDMAGNETISCHE TIEFENSONDIERUNG

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität Göttingen

vorgelegt von

Peter Spitta
aus Hamburg-Altona

Göttingen 1975

MODELLVERSUCHE ZUR ELEKTROMAGNETISCHEN INDUKTION IN RÄUMLICHEN METALLISCHEN LEITERN MIT ANWENDUNGEN AUF DIE ERDMAGNETISCHE TIEFENSONDIERUNG

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität Göttingen

vorgelegt von

Peter Spitta
aus Hamburg-Altona

Göttingen 1975

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7
Referent: Prof. Dr. M. Siebert
Korreferent: Prof. Dr. U. Schmucker
Tag der mündlichen Prüfung: 31.10.1975

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

2. Theoretische Grundlagen 7
   2.1 Transformationsgleichung 7
   2.2 Berechnung des induzierenden Magnetfeldes der Modellapparatur 10

3. Beschreibung der Meßapparatur 15
   3.1 Blockschaltbild 15
   3.2 Erzeugung des induzierenden Feldes 17
      3.2.1 Generator und Leistungsverstärker 17
      3.2.2 Das induzierende Feld 17
   3.3 Die Aufnahmeapparatur 28
      3.3.1 Die Sonde 28
      3.3.2 Sondenhalterung und Sondenführung 33
      3.3.3 Die Meßverstärker 34
      3.3.4 Der Phasenmesser 39
      3.3.5 Das Netzgerät 44
   3.4 Die Eichspule 45
   3.5 Vergleich zwischen theoretischem und tatsächlichem äußeren Feld 47
   3.6 Die Materialien der Modelle 48
   3.7 Digitalisieren 52

4. Fehlerabschätzung 54
   4.1 Geometrische Fehler beim Aufbau der Anlage 54
   4.2 Fehler des induzierenden Feldes 54
   4.3 Geometrische Fehler bei der Sonde 55
      4.3.1 Positionsbestimmung der Sonde 55
      4.3.2 "Übersprechen" der Komponenten in der Sonde 56
   4.4 Induzierte Sondenspannung 57
      4.4.1 Integrationseffekt 57
      4.4.2 Fehler beim Abgleich der Induktionsspulen 58
      4.4.3 Fehler des Phasenmessers 59

5. Meßergebnisse 64
5.1 Aluminiumplatte 64
5.2 Kanteneffekt 71
5.2.1 Halbplattenanomalie 71
5.2.2 Winkelanomalie 78
5.3 Inseleffekte 86
5.3.1 Lange Insel 87
5.3.2 Tiefseegraben 88
5.4 Zylinderförmige Einlagerung zwischen dünner Schicht und Substratum 91
5.4.1 Zylinder senkrecht zum Profil 92
5.4.2 Zylinder parallel zum Profil 102

6. Äquivalentstromsysteme 107
6.1 Grundlagen 107
6.2 Äquivalentstromsystem in der Aluminiumplatte 110
6.3 Äquivalentstromsystem bei Kanteneffekten 115
6.3.1 Halbplattenanomalie 118
6.3.2 Winkelanomalie 122

7. Anwendungsbeispiele 126
7.1 Nachbildung der Kalifornischen Küstenanomalie 126
7.2 Versuch einer Nachbildung der Anomalie in Südwestaustralien 128

8. Zusammenfassung 131

9. Literaturverzeichnis 133

1. Einleitung

Die zeitlich variablen Magnetfelder der ionosphärischen und magnetosphärischen Stromsysteme induzieren in der elektrisch leitfähigen Erde Ströme, deren Magnetfelder sich dem äußeren Feld überlagern. Da die Verteilung der induzierten Ströme von der Leitfähigkeit abhängt, enthält das an der Erdoberfläche beobachtete Magnetfeld auch Informationen über die Leitfähigkeitsverteilung in der Erde. Laterale Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit sind an der Erdoberfläche durch anomale Magnetfeldänderungen erkennbar. Derartige Leitfähigkeitsanomalien sind heute in großer Zahl bekannt. UNTIEDT [1970] gibt eine Übersicht über die wichtigsten Leitfähigkeitsanomalien in Europa. SCHMUCKER [1970] beschreibt die Leitfähigkeitsanomalien im Südwesten der USA, und RIKITAKE [1969] berichtet über die japanischen Anomalien.

Eine Möglichkeit der Interpretation der Beobachtungen ist der Vergleich mit Modellrechnungen. Für zweidimensionale Leitfähigkeitsverteilungen hat SCHMUCKER [1971] numerische Lösungsmethoden und Fortran-Programme entwickelt, die von WINTER [1973], STEVELING [1973] und anderen mit Erfolg eingesetzt wurden. Dreidimensionale Leitfähigkeitsverteilungen werden von JONES [1973] und WEIDELT [1975] behandelt. JONES reduziert die Maxwellschen Gleichungen in ein System von Differenzengleichungen. Diese Methode erfordert Rechenmaschinen mit sehr großem Kernspeicher und sehr viel Rechenzeit. Dementsprechend wird sie nur selten verwandt [z.B. JONES und PASCOE 1972; LINES und JONES 1973]. WEIDELT führt die Modellrechnung auf die Lösung einer Integralgleichung zurück. Das Verfahren eignet sich besonders für kleine Einlagerungen in einer leitfähigen Umgebung. Jedoch treten bei großen Leitfähigkeitskontrasten Konvergenzschwierigkeiten auf.

Eine andere Möglichkeit der Deutung der Beobachtungen ist der Vergleich mit Modellversuchen. Hierbei werden die in der Natur

vorkommenden Zeit- und Längenmaße sowie die elektrische Leitfähigkeit durch eine Ähnlichkeitstransformation auf Labormaßstäbe transformiert. Bei diesen Modellversuchen wird die Reduktion des Längenmaßstabes durch erhöhte Frequenz und Leitfähigkeit kompensiert: Die Natur muß so auf das Labor transformiert werden, daß der Induktionsparameter

$$\alpha = \sqrt{\mu_o \omega \sigma}\, d$$

konstant bleibt, wobei ω, σ und d korrespondierende Frequenzen, Leitfähigkeiten und Längen sind [SPITTA, 1963, 1973; DOSSO, 1966a]. Das folgende Beispiel (Tab.1.1) veranschaulicht, wie die Verhältnisse in der Natur im Labor durch ein Modell nachgebildet werden können. Zur Erreichung des gleichen Induktionsparameters in der Natur und im Labor werden die Längen im Verhältnis $4 \cdot 10^6$:1 verkürzt, die Leitfähigkeiten und Frequenzen im Verhältnis $1:5{,}6 \cdot 10^6$ bzw. $1:2{,}9 \cdot 10^6$ vergrößert.

Tab.1.1: Beispiel für eine Transformation zwischen Natur und Modell

Variable		Modell	Natur
Dicke der Oberflächenschicht	d	1 mm (Al-Blech)	4 km (Ozean)
Tiefe des Substratums		9 cm (Al-Platte)	360 km (Konduktosphäre)
spez.Widerstand	ρ	$4{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ωm (Aluminium)	0,25 Ωm (Meerwasser)
Frequenz	f	1 kHz	$3{,}47 \cdot 10^{-4}$ Hz $\hat{=}$ 48 min Periode
Induktionsparameter	α	0,419	

Trotz der Fortschritte in der numerischen Behandlung von Induktionsproblemen sind Modellversuche noch immer ein wichtiges Hilfsmittel zur Interpretation komplexer Strukturen. In der vorliegenden Arbeit wird eine neue Apparatur zur Durchführung von Modellversuchen beschrieben und eine Reihe von Meßergebnissen für verschiedene Modellanordnungen dargestellt.

Bei Modellrechnungen und Modellexperimenten müssen Annahmen über den Verlauf des induzierenden Feldes und die Verteilung des Widerstandes im Modell gemacht werden. Bei Modellrechnungen muß sich das Feld in großer Entfernung "vernünftig" verhalten, d.h., das anomale Feld muß abgeklungen sein. Bei Modellversuchen ist ein naturgetreues Nachbilden der Anomalie leichter zu bewerkstelligen, aber dafür können die Ränder des Modells durch die Begrenzung der induzierten Ströme das anomale Feld verfälschen. Außerdem stehen im allgemeinen nur wenige verschiedene Widerstandsmaterialien zur Verfügung. Auch lassen sie sich nicht ohne weiteres zu einem leitfähigen Modell zusammensetzen, da der Übergangswiderstand zwischen den einzelnen Teilen nicht immer vernachlässigt werden kann.

Deshalb sind bei Modellversuchen meist nur zwei verschiedene Materialien verwandt worden. DOSSO [1973] z.B. verwendet eine konzentrierte Salzlösung als schlechten und Graphit als guten Leiter. Ihr Widerstandsverhältnis ist etwa 10^4:1. LAUNAY [1970] benutzt zum Studium des Küsteneffektes den Unterschied Kupfer gegen Luft. HERMANCE [1968] untersucht den gleichen Effekt mit Hilfe des Leitfähigkeitskontrastes Blei gegen Luft. Zur Modellierung des guten Leiters in größerer Tiefe benutzt er ein Aluminiumblech.

Wie eigene Versuche gezeigt haben, erhält man für kleinere Frequenzen als 1 kHz für den Leitfähigkeitsunterschied Graphit : Luft und Metall : Luft keine wesentlich verschiedenen Ergebnisse. Es können als Modelle ohnehin nur Anomalien nachgebil-

det werden, deren Widerstandsverhältnis zur Umgebung groß genug ist, um mit den verfügbaren Materialien dargestellt werden zu können (s.a. Abschn.3.6). Wird Graphit als guter Leiter eingesetzt, so muß zur Nachbildung der Natur eine höhere Frequenz verwendet werden als bei Verwendung von Metall als guten Leiter. DOSSO [1966b] benutzt Frequenzen von 1 kHz bis 60 kHz, denen in seiner Arbeit Frequenzen im Pulsationsbereich entsprechen (1,6 min - 3,3 sec). HERMANCE [1968] nimmt bei seinen Modellexperimenten Frequenzen von 500 Hz und 3 kHz, mit denen Variationen von 5,5 min und 30 min Dauer nachgebildet werden. Wenn auch elektrische Felder im Modell beobachtet werden sollen, muß zur Vermeidung von unkontrollierbaren Übergangswiderständen zwischen Sonde und Modell eine leitfähige Flüssigkeit benutzt werden [DOSSO et. al., 1974].

Die leitfähigen Modelle werden induzierenden Feldern unterschiedlicher Geometrie ausgesetzt. So verwenden DOSSO [1966a,b] und SPITTA [1973] einen ebenen Flächenstrom mit überall gleicher Stromdichte, während HERMANCE [1968] eine konzentriertere Stromverteilung (etwa in Form einer Gauß-Kurve) benutzt. Die Felder der Flächenströme sollen die Rückströme des polaren Elektrojets bzw. - bei HERMANCE - den Elektrojet selber darstellen. Bei DOSSO und JACOBS [1968] findet ein Linienstrom Verwendung, THOMSON et. al. [1972] setzen horizontale und vertikale magnetische Dipole ein. LAUNAY [1970] benutzt das Feld einer Rechteckspule, um ein möglichst homogenes induzierendes Feld zu erhalten. Durch Verwendung nur zweier Drähte, deren Abstand doppelt so groß ist wie ihre (vertikale) Entfernung vom Modell erzielen DOSSO et. al. [1974] ein homogeneres Feld als im Fall des früher benutzten Flächenstromes.

In der vorliegenden Arbeit wird - ähnlich wie bei DOSSO [1966a,b] - ein ebener Flächenstrom konstanter Stromdichte verwendet (vgl. Abschn.2.2). Durch Induktion in einer dicken Aluminiumplatte, die einem guten Leiter im Erdmantel entspricht (vgl. auch HERMANCE, 1968), wird die beträchtliche Vertikalkomponente des

Magnetfeldes reduziert, in Übereinstimmung mit der Tatsache, daß in der Natur die induzierende Vertikalkomponente weitgehend durch Induktion in der nur tiefenabhängigen (normalen) Leitfähigkeit kompensiert wird. Da kein elektrisches Feld gemessen werden soll, wird auf einen Einsatz von Elektrolyten verzichtet. Die benutzten Frequenzen liegen im unteren Tonfrequenzbereich (40 - 1000 Hz). Bei Verwendung von Aluminium als guten Leiter läßt sich damit aus der Natur der Bereich zwischen Sq-Variationen und Baystörungen nachbilden.

Metalle sind die einzigen Materialien, die zur Herstellung von Modellen geeignet sind und in ausreichend großen Abmessungen vom Handel angeboten werden. Wie Abb.3.16 (Abschn.3.6) zeigt, umfassen die Widerstände der Metalle nur eine Zehnerpotenz. Zusammengesetzte Modelle lassen sich nur dann herstellen, wenn die Modellteile keine leitende Verbindung haben, also isoliert auftreten. Leitfähige Kleber bringen keine Abhilfe, da deren Leitfähigkeit 10^3 mal schlechter ist als die von Metallen. Auch Graphit, das im Handel höchstens in Form von kleinen Platten erhältlich ist, müßte mit dem gleichen Kleber zu Blöcken zusammengeklebt werden, um überhaupt einen meßbaren Induktionseffekt zu zeigen. Nach DOSSO (persönliche Mitteilung, 1972) weist aber die Klebfuge erfahrungsgemäß einen zehnfach höheren Widerstand als die Umgebung auf und kann damit den Induktionsvorgang stören.

In den Modellen dieser Arbeit wird ausschließlich Aluminium verwendet. Die Aluminiumplatte, die die Leitfähigkeit im Erdmantel darstellt, besteht aus Reinaluminium. Ihre Stärke war bei allen verwendeten Frequenzen größer als die elektromagnetische Eindringtiefe. Die Störkörper bestehen aus Aluminiumblech in einer technischen Legierung, die Blechstärke war stets kleiner als die Eindringtiefe (s. Tab.3.4).

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in folgende Teile:
Nach einer kurzen Darlegung der theoretischen Grundlagen (Kap.2) wird im 3.Kapitel die Apparatur vorgestellt. Die möglichen Meßfehler werden im 4.Kapitel diskutiert und abgeschätzt. Das 5. Kapitel stellt ausführlich die Meßergebnisse dar. Neben der Darstellung der Effekte von Inseln und zylinderförmigen Einlagerungen längs ausgezeichneter Profile werden drei Modelle flächenhaft vermessen, von denen die ersten beiden den Kanteneffekt in E- bzw. H-Polarisation zeigen. Das dritte Modell, das als eine Kombination der ersten beiden Modelle aufgefaßt werden kann, zeigt den Effekt von zwei sich rechtwinklich überlappenden Platten (Winkel-Anomalie). Im 6.Kapitel werden äquivalente Stromsysteme für die flächenhaft vermessenen Modelle berechnet und die Verteilung der induzierten Ströme in der "dünnen Schicht" durch Strompfeile dargestellt. Zum Abschluß der Arbeit werden im 7.Kapitel zwei Anwendungsbeispiele behandelt.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 Transformationsgleichung

Induktionsvorgänge in leitfähigen Strukturen werden von den Maxwellschen Gleichungen beschrieben. Die Leitfähigkeit sei σ, für die Dielektrizitätskonstante ε_0 und die Permeabilität μ_0 werden Vakuumwerte angesetzt. Die Zeitabhängigkeit werde durch einen komplexen Zeitfaktor $\exp(j\omega t)$ beschrieben. Dann sind die komplexen Amplituden $\underline{E}$ und $\underline{H}$ des elektrischen bzw. magnetischen Feldstärkevektors verknüpft durch

$$\text{rot } \underline{E} = - j\omega\mu_0 \underline{H} \qquad (2.1)$$

$$\text{rot } \underline{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0)\underline{E} \, . \qquad (2.2)$$

Nach Elimination von $\underline{H}$ erhält man für das elektrische Feld

$$\text{rot rot } \underline{E} = \mu_0\omega(\varepsilon_0\omega - j\sigma)\underline{E} \, . \qquad (2.3)$$

Für die Verhältnisse der Tiefensondierung ergeben sich einige Vereinfachungen; denn in leitfähiger Umgebung überwiegt der Leitungsstrom (gegeben durch $\sigma\underline{E}$) den Verschiebungsstrom ($\varepsilon_0\omega\underline{E}$) selbst bei den niedrigsten Leitfähigkeiten in der Erde ($\sigma \approx 10^{-5}(\Omega m)^{-1}$) und den höchsten vorkommenden Frequenzen ($f = \omega/2\pi \approx 10$ Hz) um das 10^4fache, so daß der Verschiebungsstrom vernachlässigt werden kann. Das gilt auch noch für Modellversuche im ungünstigsten Fall ($f = 100$ kHz, als schlechtleitende Modellsubstanz Elektrolyt mit $\sigma \approx 1\ (\Omega m)^{-1}$). Außerhalb der Leiter ist die Wellenlänge des induzierenden Feldes $\lambda = c/f$ wesentlich größer (ca. 30 000 km bei 10 Hz) als die größten charakteristischen Dimensionen des Leiters (ca.1000 km), so daß Retardierungen nicht ins Gewicht fallen. Ein analoges Argument gilt für die Modellversuche.

Raumladungen klingen in homogen leitfähiger Umgebung sehr schnell ab. Die Zeitkonstante

$$\tau = \frac{\varepsilon_o}{\sigma} \qquad (2.4)$$

ist selbst bei sehr schlechter Leitfähigkeit kürzer als 10^{-5} sec [KÜPFMÜLLER, 1973, S.170]. In Gebieten räumlich variabler Leitfähigkeit können sie dagegen von Bedeutung sein. Es gilt:

$$\rho = \varepsilon_o \operatorname{div} \underline{E} \; . \qquad (2.5)$$

Mit dem Ohmschen Gesetz

$$\underline{J} = \sigma \underline{E} \qquad (2.6)$$

und unter Beachtung, daß

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \underline{H} = \operatorname{div} \underline{J} = 0 \qquad (2.7)$$

folgt daraus, daß

$$\rho = -\varepsilon_o \underline{E} \frac{\operatorname{grad}\sigma}{\sigma} \; . \qquad (2.8)$$

Die durch Induktion hervorgerufene Raumladung verschwindet nur, wenn entweder $\operatorname{grad}\sigma = 0$ ist (das ist in homogen leitfähiger Umgebung der Fall), oder wenn das Skalarprodukt aus $\underline{E}$ und $\operatorname{grad}\sigma$ verschwindet, d.h. bei einem elektrischen Feld senkrecht zum Leitfähigkeitsgradienten. Bei einem Sprung der Leitfähigkeit entartet die Raumladung zu einer Flächenladung an der Grenzfläche.

Die Gleichung (2.3) läßt sich im Fall homogener Leitfähigkeit und im Fall des elektrischen Feldes parallel zur Streichrichtung vereinfachen:

$$\Delta \underline{E} - j\mu_o \omega \sigma \underline{E} = 0 \qquad (2.9)$$

Gleichung (2.3) beschreibt die Induktionsvorgänge in jedem Leiter. Wir betrachten eine Ähnlichkeitstransformation von Länge d (als Stellvertreter der Ortskoordinate $\underline{r}$), Frequenz ω und Leitfähigkeit σ vom Labor in die Natur. Bezeichnen gestrichene Größen Laborparameter, so gelte

$$\left.\begin{aligned} d &= \beta\, d' \\ \omega &= \gamma\, \omega' \\ \sigma &= \delta\, \sigma' \end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

Dabei sind β, γ und δ Proportionalitätsfaktoren. Nach Einsetzen in Gl. (2.3) erhält man

$$\frac{1}{\beta^2} \text{ rot rot } \underline{E}(\underline{r}') + j\mu_o \gamma\omega'\delta\sigma'(\underline{r}')\underline{E}(\underline{r}') = 0 \qquad (2.11)$$

Gl. (2.11) stimmt nur dann mit Gl. (2.3) überein, wenn

$$\beta^2\gamma\delta = 1 \,. \qquad (2.12)$$

Setzt man die Gleichungen (2.10) hier ein und trennt gestrichene von ungestrichenen Größen, so ergibt sich

$$d^2\omega\sigma = d'^2\omega'\sigma' \,. \qquad (2.13)$$

Unter Hinzunahme der Permeabilität μ_o wird der Ausdruck (2.13) eine dimensionslose ortsabhängige Größe, die an einem Punkt des Modells mit dem gleichgelegenen Punkt der Natur übereinstimmt:

$$\mu_o\omega\sigma\, d^2 = \alpha^2 \qquad (2.14)$$

α wird in der Literatur auch Induktionsparameter genannt [KERTZ, 1969]. Gleichung (2.13) gibt die Transformationsbeziehung zwischen Länge d, Frequenz ω und Leitfähigkeit σ an, die bei einem Übergang von der Natur auf das Labor gelten muß, wenn man die gleiche Lösung der Differentialgleichung (2.3) erhalten will (s. auch Tab. 1.1).

2.2 Berechnung des induzierenden Magnetfeldes der Modellapparatur

Wie in Kap.3 noch näher zu erläutern ist, wird als induzierendes Magnetfeld das Streufeld einer großen Rechteckspule benutzt, die man sich aus vier zusammengeschalteten Flächenströmen zusammengesetzt denken kann. Das Magnetfeld einer solchen Spule soll im folgenden berechnet werden.

Ausgangspunkt ist ein Linienstrom der Länge 2L (Nullpunkt in der Mitte), durch den ein Strom I fließt. Das Gesetz von Biot-Savart ergibt im Punkt P als Magnetfeldbeitrag $d\underline{H}$ eines Leiterelementes $d\underline{s}$ (s. Abb. 2.1)

$$d\underline{H}(\underline{r}) = \frac{I}{4\pi} \frac{d\underline{s} \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3} \quad .$$

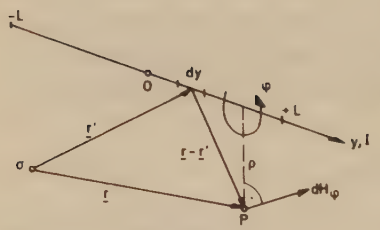

Abb.2.1: Prinzipskizze zur Berechnung des Magnetfeldes $d\underline{H}_\varphi$ eines Linienstromelementes dy

Nach Übergang auf Zylinderkoordinaten (ρ,ϕ,y) mit dem Linienstrom als Achse erhält man wegen

$$\underline{r} - \underline{r}' = (y - y')\hat{\underline{y}} + \rho\hat{\underline{\rho}} \qquad (2.15)$$

$$d\underline{s} = dy' \, \hat{\underline{y}} \qquad (2.16)$$

$$\hat{\underline{y}} \times \hat{\underline{\rho}} = \hat{\underline{\phi}} \quad , \qquad (2.17)$$

wobei das Zeichen ^ einen Einheitsvektor bezeichnet,

$$d\underline{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{\rho dy'}{|(y-y')^2 + \rho^2|^{3/2}} \cdot \hat{\underline{\phi}} \,. \qquad (2.18)$$

Für die Komponente ΔH_ϕ eines Linienstromes der Länge 2L erhält man damit

$$\Delta H_\phi = \frac{I\rho}{4\pi} \int_{-L}^{+L} \frac{dy'}{|(y-y')^2 + \rho^2|^{3/2}} \,, \qquad (2.19)$$

$$= \frac{I}{4\pi}\left[\frac{L-y}{\sqrt{(L-y)^2 + \rho^2}} + \frac{L+y}{\sqrt{(L+y)^2 + \rho^2}}\right] \qquad (2.20)$$

Für den Übergang zum Flächenstrom der Breite 2K (Nullpunkt in der Mitte) wird der bisher diskrete Linienstrom "verschmiert" über eine Strecke dx, so daß sich eine Flächenstromdichte J ergibt (s. Abb.2.2):

$$J = \frac{dI}{dx} \qquad (2.21)$$

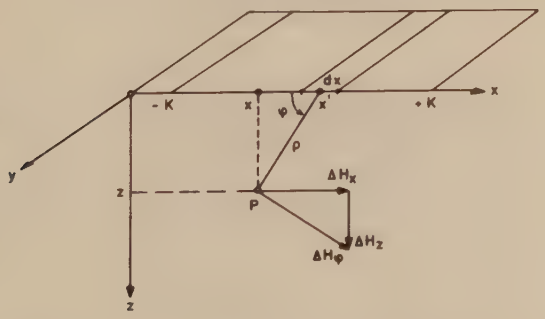

Abb.2.2: Prinzipskizze zur Berechnung der Magnetfeldkomponenten ΔH_x und ΔH_z eines Flächenstromelementes dx

Ferner werden kartesische Koordinaten (x,y,z) eingeführt. Der Flächenstrom liegt in der Ebene z = 0. Die kartesischen Magnet-

feldkomponenten eines Linienstromes bei $x = x'$ sind

$$\Delta H_x = \frac{z}{\rho} \Delta H_\phi \tag{2.22}$$

$$\Delta H_z = \frac{x' - x}{\rho} \Delta H_\phi \tag{2.23}$$

mit $\rho^2 = (x - x')^2 + z^2$. Die Integration über alle Linienströme zwischen $x' = -K$ und $x' = +K$ liefert mit Gl.2.20

$$H_x = z \int_{-K}^{+K} \Delta H_\phi \frac{dx'}{\rho} = \tag{2.24}$$

$$= \frac{I}{4\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{(L-y)(K-x)}{z\sqrt{(K-x)^2+(L-y)^2+z^2}} + \right.$$

$$+ \operatorname{arctg} \frac{(L-y)(K+x)}{z\sqrt{(K+x)^2+(L-y)^2+z^2}} +$$

$$+ \operatorname{arctg} \frac{(L+y)(K-x)}{z\sqrt{(K-x)^2+(L+y)^2+z^2}} +$$

$$\left. + \operatorname{arctg} \frac{(L+y)(K+x)}{z\sqrt{(K+x)^2+(L+y)^2+z^2}} \right] \tag{2.25}$$

$$H_z = \int_{-K}^{+K} \Delta H_\phi \frac{x' - x}{\rho} dx' = \tag{2.26}$$

$$= \frac{I}{4\pi} \left[\log \frac{(K-x)^2 + z^2}{(K+x)^2 + z^2} + \right.$$

$$\left. + \log \frac{\{\sqrt{(K+x)^2+(L-y)^2+z^2}+(L-y)\}\ \{\sqrt{(K+x)^2+(L+y)^2+z^2}+(L+y)\}}{\{\sqrt{(K-x)^2+(L-y)^2+z^2}+(L-y)\}\ \{\sqrt{(K-x)^2+(L+y)^2+z^2}+(L+y)\}} \right] \tag{2.27}$$

Damit hat man das gesamte Magnetfeld eines in y-Richtung fließenden Flächenstromes ermittelt. Eine Komponente H_y tritt nicht auf. Bei dem Zusammenschalten von vier Flächenströmen tritt sie dagegen in Erscheinung.

Die vier zu einer Rechteckspule zusammengeschalteten Flächenströme haben die gleiche Flächenstromdichte und -breite und paarweise die gleiche Länge. Ist das Magnetfeld von einem Flächenstrom bekannt, so können die Magnetfelder der übrigen drei Flächenströme durch einfache geometrische Betrachtungen gewonnen werden. Sind $H_x^I(x,y,z,L,K)$ und $H_z^I(x,y,z,L,K)$ die Magnetfeldkomponenten eines horizontalen Flächenstromes der Länge 2L in y-Richtung und der Breite 2K in x-Richtung und liegt der Ursprung eines kartesischen Koordinatenursprungs in der Mitte des Flächenstromes (z positiv nach unten), so sind die Magnetfelder der drei übrigen Flächenströme einer Rechteckspule der Höhe 2N gegeben durch (s. Abb.2.3):

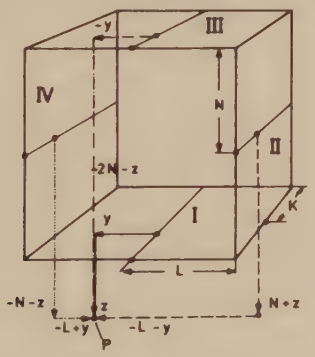

Abb.2.3: Prinzipskizze zur Berechnung des Magnetfeldes im Punkt P durch Superposition der Beiträge von vier Flächenströmen einer Rechteckspule. Die eingezeichneten Hilfslinien dienen zur Erläuterung von Gl. (2.28).

$$
\left.
\begin{aligned}
H_x^{II}\,(x,y,z,N,K) &= H_x^{I}(x,N+z,\,-L-y,N,K)\\
H_y^{II}\,(x,y,z,N,K) &= -H_z^{I}(x,N+z,\,-L-y,N,K)\\
H_x^{III}(x,y,z,L,K) &= H_x^{I}(x,-y,-2N-z,L,K)\\
H_z^{III}(x,y,z,L,K) &= -H_z^{I}(x,-y,-2N-z,L,K)\\
H_x^{IV}\,(x,y,z,N,K) &= H_x^{I}(x,-N-z,-L+y,N,K)\\
H_y^{IV}\,(x,y,z,N,K) &= H_z^{I}(x,-N-z,-L+y,N,K)
\end{aligned}
\right\} \quad (2.28)
$$

Die endgültige Auswertung der Gleichungen (2.25) und (2.27) ist in Form von Amplituden- und Phasenkurven in den Komponenten H_x, H_y und H_z in den Abb.2.4 und 2.5 für Profile 66 cm unter dem Flächenstrom angegeben. Der Profilabstand beträgt jeweils 12,5 cm.

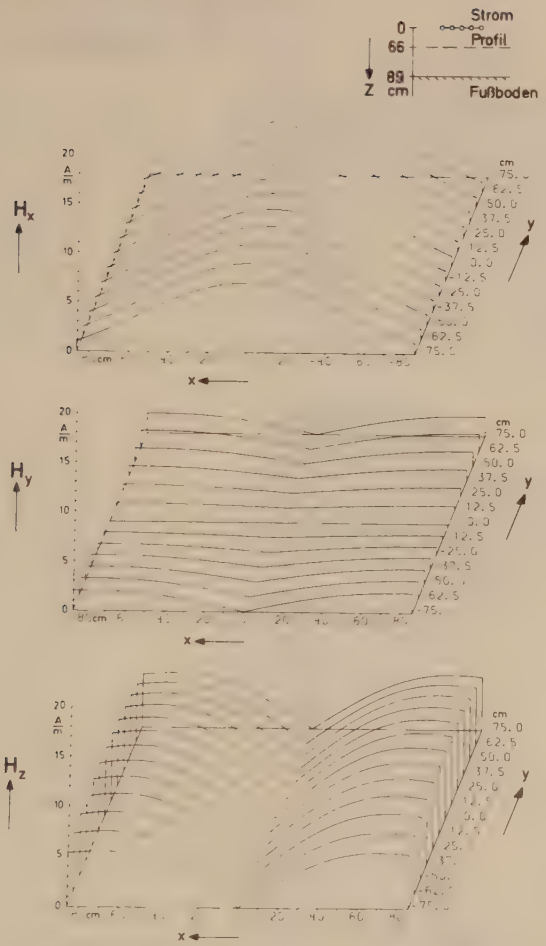

Abb.2.4: Amplituden der berechneten Magnetfeldkomponenten H_x, H_y und H_z von vier zu einer Rechteckspule zusammengeschalteten Flächenströmen auf Profilen 66 cm unter dem Stromsystem. Der Profilabstand beträgt 12,5 cm, die Flächenstromdichte 100 A/m.

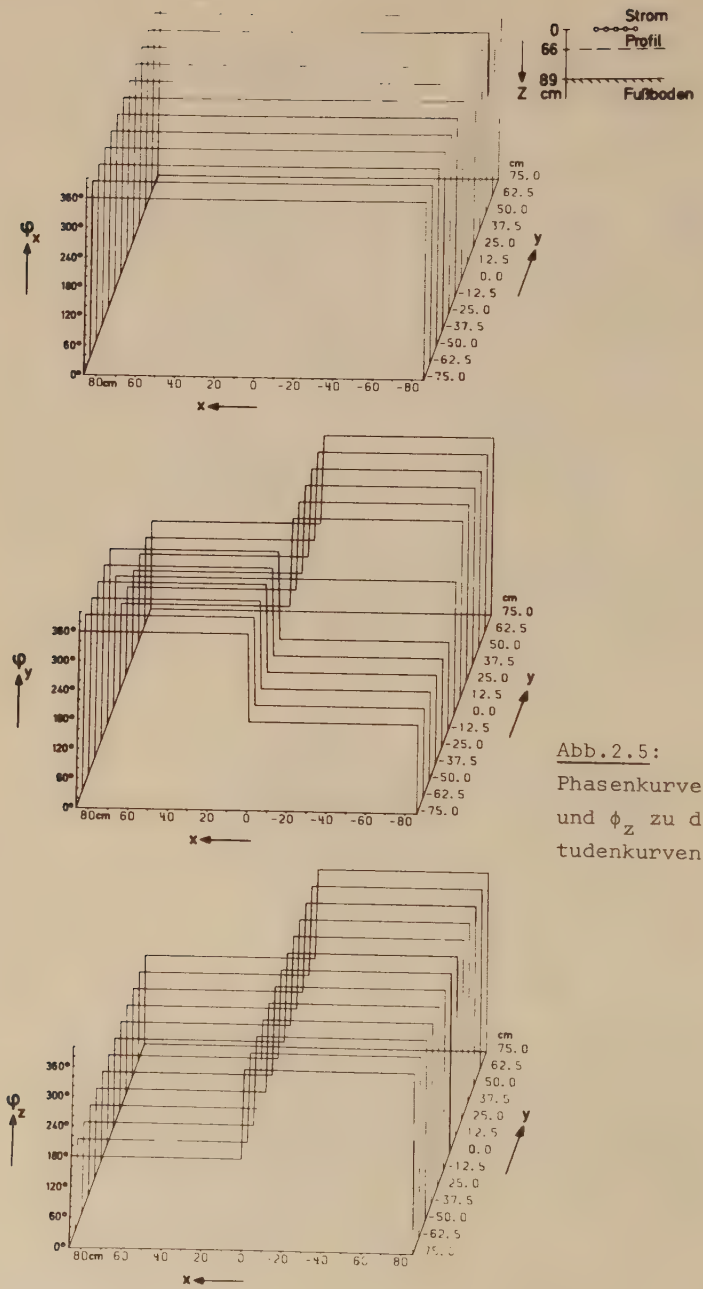

Abb.2.5:
Phasenkurven ϕ_x, ϕ_y und ϕ_z zu den Amplitudenkurven von Abb.2.4

3. Beschreibung der Meßapparatur

3.1 Blockschaltbild

Ein Blockschaltbild der Versuchsapparatur zeigt Abb.3.1. Das induzierende Magnetfeld wird durch eine große Rechteckspule mit horizontaler Achse erzeugt. Ausgenutzt wird ihr Streufeld unterhalb der Spule. Sie wird durch einen Generator und Leistungsverstärker mit Wechselstrom versorgt. Um einen möglichst großen Strom durch die Spule fließen zu lassen, bildet der Kondensator C mit der Spule einen Serienresonanzkreis. Ein Amperemeter A mißt den induzierenden Strom.

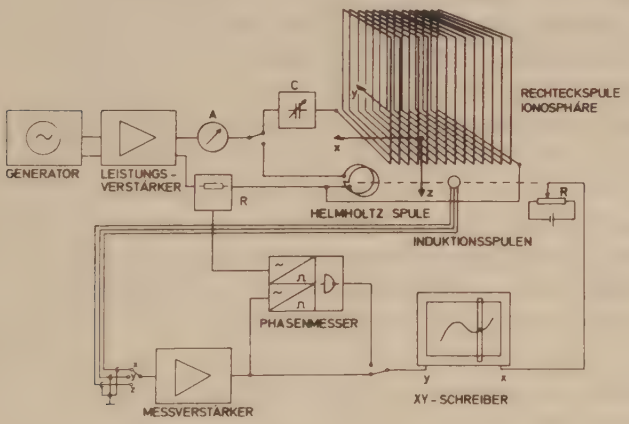

Abb.3.1: Blockschaltbild der Apparatur

Die drei Komponenten H_x, H_y und H_z des Magnetfeldes unter der Spule werden mit drei kleinen Induktionsspulen abgetastet, die unter einem Laufwagen befestigt und in die drei Richtungen x, y und z ausgerichtet sind. Der Laufwagen wird auf einem Isolierstoffträger unterhalb der Spule mit einem Schnurzug gezogen. Dies ermöglicht ein kontinuierliches Aufzeichnen von Amplituden und Phasen auf einem xy-Schreiber entlang Pro-

filen zwischen Spule und darunterliegender Leitfähigkeitsverteilung. Die jeweilige Position der Induktionsspulen wird von der Ausgangsspannung eines Potentiometers angegeben, das von dem Schnurzug des Laufwagens mitangetrieben wird. Diese Spannung wird dem x-Eingang des xy-Schreibers zugeführt.

Die in den Induktionsspulen der Sonde induzierte Spannung wird frequenzabhängig verstärkt, um den frequenzlinearen Gang der Induktionsspulen zu kompensieren. Danach wird die Spannung auf dem xy-Schreiber als Amplitude über dem Profil aufgezeichnet. Zusätzlich wird die Spannung dem Phasenmesser zugeführt. Die für den Phasenmesser erforderliche Bezugsspannung wird an einem kleinen ohmschen Widerstand im Stromkreis des induzierenden Feldes abgegriffen. Damit werden die gemessenen Phasen auf die Phase des induzierenden Feldes bezogen. Die Ausgangsspannung des Phasenmessers wird ebenfalls auf dem xy-Schreiber aufgezeichnet.

Zu Beginn jeder Messung wird die Sonde in eine kleine Helmholtzspule gefahren, deren Magnetfeld sich bei bekanntem Strom berechnen läßt. Damit hat man die Möglichkeit, die Amplitudenmessungen durch Regeln des induzierenden Stromes zu eichen und die Phase auf 0° abzugleichen. Für jede Frequenz kann die Ausgangsspannung des Verstärkers in Einheiten der magnetischen Feldstärke angegeben werden.

Im weiteren werden Teile der Modellapparatur, die für diese Anlage gebaut worden sind, näher beschrieben. Von gekauften Geräten werden nur die wichtigsten Eigenschaften erwähnt.

3.2 Erzeugung des induzierenden Feldes

3.2.1 Generator und Leistungsverstärker

Als frequenzbestimmendes Bauelement wird ein Generator der Firma Hewlett + Packard, Typ 204B, verwendet, der im Frequenzbereich und in der Genauigkeit ausreichend war. Seine Ausgangsspannung wird mit dem Leistungsverstärker (Typ LV 312 der Firma Dipl.-Ing. E. Fey, München) verstärkt und als Wechselstrom der Rechteckspule zugeführt. Die benötigte Eingangsspannung zur Vollaussteuerung ist kleiner als die maximale Ausgangsspannung des Generators. Da der Verstärker nur über eine grobe Stufenregelung für den Ausgangsstrom verfügt und der Generator nur eine logarithmische Regelung seiner Ausgangsspannung besitzt, die im interessierenden Bereich ebenfalls keine feine Einstellung erlaubte, wird aus Widerstandsdekaden eine feinstufige Spannungsteilerschaltung zwischen Generator und Verstärker gesetzt. Damit kann der Ausgangsstrom des Verstärkers genau eingestellt werden. Der Ausgang des Verstärkers ist auf drei verschiedene maximale Lastwiderstände umschaltbar (15Ω, 60Ω und 240Ω); die damit erzielbaren maximalen Ausgangsströme sind 3,4 A, 1,7 A und 0,85 A. Er wird zur Anpassung an die Impedanz des Resonanzkreises aus Rechteckspule und Kondensator auf 60Ω/1,7 A gestellt.

3.2.2 Das induzierende Feld

An das induzierende Magnetfeld werden einige experimentelle Anforderungen gestellt. So soll die Flächenstromdichte während eines Experimentes zeitlich konstant sein und überall den gleichen Wert haben. Es wird angestrebt, die Flächenstromdichte - angepaßt an die Ausgangsimpedanz des Verstärkers - möglichst groß zu machen. Die räumliche Ausdehnung des Flächenstromes soll die Abmessungen eines normalen Labors nicht überschreiten.

DOSSO [1966 a,b] verwendet für die Realisierung seines Flächenstromes parallele Drähte, die auch elektrisch parallelgeschaltet werden. Das macht ein kompliziertes Netzwerk aus Stromverteilungsdrähten erforderlich, um in jedem Draht die gleiche Stromstärke fließen zu lassen. Durch die Parallelschaltung der Drähte vermindert sich auch der Eingangswiderstand. Umgerechnet auf die Ausgangsdaten meines Leistungsverstärkers (s. Abschn. 3.2.1) und auf die Abmessungen meines Flächenstromes (Breite 100 cm, Drahtabstand 1 cm) ergibt sich bei Parallelschalten aller 100 Drähte und einer maximalen Strombelastung des Verstärkers von 3,4 A lediglich eine Flächenstromdichte von 3,4 A/m. Das macht sehr empfindliche Aufnehmer und Verstärker erforderlich, die dementsprechend auch störanfälliger sind.

Deshalb wurde der Flächenstrom aus hintereinandergeschalteten Drähten als Teil einer Rechteckspule gebildet. Die oben erwähnte räumliche Konstanz an das induzierende Feld sind damit automatisch erfüllt. Dafür kann aber der Einfluß der Rückströme nicht vernachlässigt werden. Sie müssen nach Abschn.2.2 als weitere Flächenströme berechnet und bei der Messung berücksichtigt werden. Die Spule ist 100 cm breit, 200 cm lang und 186 cm hoch. Die Windungsdichte beträgt 100/m, der elektrische Gleichstromwiderstand beläuft sich auf 16,3Ω. Auf der Unterseite der Spule liegen die Drähte in den Nuten einer Spanplatte. Damit ist die parallele Führung der Drähte sichergestellt. Die Induktivität L wird experimentell aus der Resonanzfrequenz f_o eines Serienresonanzkreises aus der Spule und einer umschaltbaren Kapazität bestimmt. Dabei wurde auf Spannungsminimum am Verstärkerausgang abgeglichen. Nach jeweils Mittelung über 12 Messungen bei verschiedenen Frequenzen erhält man $L = 23,6 \pm 1,3$ mH.

Um ein starkes Magnetfeld zu erhalten, muß ein möglichst großer Wechselstrom in der Spule fließen. Der Verstärker gibt

seine größte Leistung bei ohmscher Last ab. Deshalb ist es erforderlich, die Last als Resonanzkreis aus Spule und einem geeignet dimensionierten Kondensator aufzubauen. In der hier zu beschreibenden Apparatur verwende ich einen Serienresonanzkreis im Gegensatz zu DOSSO [1966 a,b], der einen Parallelresonanzkreis benutzt. Vor- und Nachteile von Parallel- und Serienresonanzkreis werden im folgenden gegenübergestellt.

a) Serienresonanzkreis

Das Schaltbild eines Serienresonanzkreises zeigt Abb.3.2. Die Spule besitzt eine Induktivität L und einen ohmschen Widerstand R, C ist die Kapazität. Mit R_i wird der Innenwiderstand

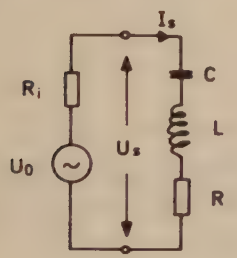

Abb.3.2: Schaltbild eines Serienresonanzkreises

des Leistungsverstärkers, der eine konstante Spannung U_o liefert, bezeichnet. Die Impedanz des Resonanzkreises ist die Summe der komplexen Widerstände der Elemente:

$$Z = R_i + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \qquad (3.1)$$

Damit lautet die Beziehung zwischen der Spannung U_o und dem im Kreis fließenden Strom I_s (Ohmsches Gesetz):

$$U_o = I_s \cdot Z = I_s(R + R_i + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}) \qquad (3.2)$$

Bei konstanter Spannung U_o erreicht der Strom I_s sein Maximum, wenn der Betrag der Impedanz ein Minimum durchläuft. L, R und

R_i sind fest vorgegeben, die Frequenz ω wird durch die physikalische Fragestellung nahegelegt, allein C ist variabel. Das Maximum von I_s erhält man durch Differenzieren nach C. Es ergibt sich:

$$C_s = \frac{1}{\omega^2 L} . \qquad (3.3)$$

Es besteht keine Phasenverschiebung zwischen Spannung U_o und Strom I_s. Der maximale Strom beträgt

$$I_s = \frac{U_o}{R + R_i} \qquad (3.4)$$

b) Parallelresonanzkreis

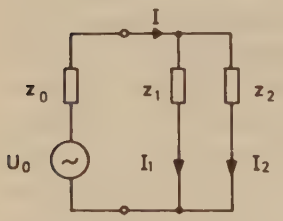

Abb.3.3: Schaltbild eines Parallelresonanzkreises mit komplexen Schaltelementen

Das Schaltbild eines Parallelresonanzkreises mit den komplexen Widerständen Z_o, Z_1 und Z_2 zeigt Abb.3.3. Die Impedanz läßt sich aus der Summe der Leitwerte berechnen:

$$Z = Z_o + \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{Z_o(Z_1+Z_2) + Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad (3.5)$$

Damit lautet die Beziehung von Spannung U_o und Strom I

$$U_o = I \frac{Z_o(Z_1 + Z_2) + Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad (3.6)$$

Der Strom I_2 durch die Spule soll ein Maximum erreichen. Mit Hilfe des ersten Kirchhoffschen Satzes läßt sich der Gesamtstrom I durch den Spulenstrom I_2 ausdrücken:

$$I_2 = I \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \tag{3.7}$$

Eingesetzt in Gl. (3.6) und aufgelöst nach dem Strom I_2 erhält man

$$I_2 = U_o \frac{Z_1}{Z_o(Z_1 + Z_2) + Z_1 Z_2} \tag{3.8}$$

Es ist

$$\left.\begin{aligned} Z_o &= R_i \\ Z_1 &= \frac{1}{j\omega C} \\ Z_2 &= R + j\omega L \ . \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

Bestimmt man damit die Extremwerte des Betrages der rechten Seite von Gl. (3.8) als Funktion der Kapazität C, so erhält man die Resonanzbeziehung

$$C_p = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \tag{3.10}$$

C_p wird in Gl. (3.8) und (3.9) eingesetzt und ergibt eine Gleichung für einen maximalen Strom $I_p = I_2(\max)$ bzw. $|I_p|$:

$$I_p = U_o \frac{R - j\omega L}{R^2 + RR_i + \omega^2 L^2} \tag{3.11}$$

$$|I_p| = U_o \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{R^2 + RR_i + \omega^2 L^2} \tag{3.12}$$

Zum Vergleich der maximalen Ströme durch die Spulen des Serienkreises I_s und des Parallelkreises I_p wird die Beziehung (3.12) umgeformt und der Faktor $1/(R + R_i)$ herausgezogen:

$$|I_p| = \frac{U_o}{R+R_i} \frac{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R})^2}}{1 + (\frac{\omega L}{R})^2 \frac{R}{R+R_i}} . \qquad (3.13)$$

Durch die Substitutionen

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\omega L}{R} \\ \alpha &= \frac{R}{R + R_i} \end{aligned}\right\} \qquad (3.14)$$

geht Gl. (313) über in

$$|I_p| = \frac{U_o}{R+R_i} \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+\alpha x^2} = \frac{U_o}{R+R_i} G(x,\alpha) = I_s \cdot G(x,\alpha) \qquad (3.15)$$

Der Strom I_p unterscheidet sich von dem Strom I_s lediglich durch einen Faktor $G(x,\alpha)$. Da der Faktor $G(x,\alpha)$ die wesentlichen Unterschiede zwischen Parallel- und Serienresonanzkreis enthält, sollen seine Eigenschaften hier diskutiert werden. Die Kurvenschar $G(x,\alpha)$ ist für verschiedenes α als Funktion von x in Abb.3.4 dargestellt.

α kann die Werte von 0 bis 1 durchlaufen. Bei $\alpha = 0$ besitzt die Spule keinen ohmschen Widerstand, so daß $G(x, \alpha = 0)$ unbeschränkt anwächst. Erfahrungsgemäß hat aber jede Spule einen ohmschen Widerstand, wenn er auch sehr klein sein kann. Es ist $G(0,\alpha) = 1$, $G(\infty,\alpha) = 0$, falls $\alpha \neq 0$. Für $\alpha > 1/2$, d.h. $R > R_i$, nimmt G monoton von 1 auf 0 ab. In diesem Fall liefert die Serienschaltung stets einen größeren Strom als die Parallelschaltung. Wenn $\alpha \leq 1/2$ ist (d.h. $R \leq R_i$), erreicht G zunächst bei

$$x_m = \sqrt{\frac{1 - 2\alpha}{\alpha}} \qquad (3.16)$$

ein Maximum

$$G_m = \frac{1}{2\sqrt{\alpha(1 - \alpha)}} \geq 1, \qquad (3.17)$$

durchläuft bei

$$x_o = \frac{\sqrt{1 - 2\alpha}}{\alpha} \qquad (3.18)$$

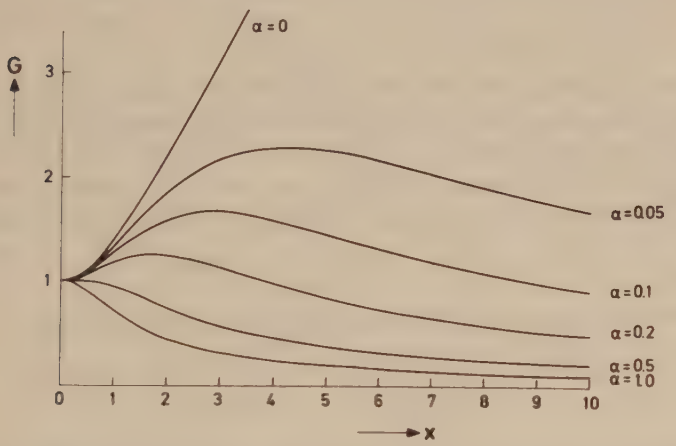

Abb.3.4: Verlauf der Kurven G(x,α) mit α als Parameter

den Wert G = 1 und klingt dann für $x \to \infty$ auf Null ab. In diesem Fall ist ein Serienkreis nur für $x > x_o$ von Vorteil.

Bei gegebenen Schaltkreiselementen läßt sich nach den Gleichungen (3.15) und (3.18) berechnen, welche Resonanzkreiskonfiguration den größeren Strom liefert. Die Ergebnisse dieser Rechnungen sind für die drei hauptsächlich benutzten Frequenzen in Tabelle 3.1 zusammengestellt worden. Der Spulenwiderstand R wurde zu 16,3Ω, die Induktivität L zu 23,6 mH bestimmt (s. Abschn.

3.2.2). Der Innenwiderstand des Verstärkers ist auf drei verschiedene Werte R_i = 15Ω, 60Ω und 240Ω umschaltbar. Dies führt bei gleichbleibendem R zu verschiedenen α-Werten. Für diese α-Werte ist nach Gl. (3.15) die Größe G(x,α) berechnet worden.

Tab.3.1: Berechnete Werte von G(x,α) für je drei Frequenzen und Innenwiderstände

G(x,α)	f = 42 Hz x = 0,382	f = 215 Hz x = 1,956	f = 1 kHz x = 9,097
R_i = 15Ω α = 0,521	0,995	0,734	0,207
R_i = 60Ω α = 0,214	1,038	1,208	0,489
R_i = 240Ω α = 0,064	1,060	1,765	1,454

Für den Innenwiderstand R_i = 15Ω ist G(x,α) für alle Frequenzen kleiner als eins. Deshalb wird man hier dem Serienresonanzkreis den Vorzug geben. Bei einem Innenwiderstand von R_i = 60Ω tritt ein unterschiedliches Verhalten des Faktors G(x,α) bei den verschiedenen Frequenzen auf. Bei niedrigen Frequenzen (42 Hz) ist die maximale Stromstärke in Parallel- und Serienkreis noch fast gleich. Mit mittleren Frequenzen tritt eine leichte Bevorzugung des Parallelresonanzkreises auf: $|I_p|$ ist um einen Faktor G(x,α) = 1,2 größer als der entsprechende Strom im Serienkreis $|I_s|$. Dagegen ist $|I_s|$ um einen Faktor 2,0 größer als $|I_p|$ bei der Frequenz 1 kHz. Bei einem Innenwiderstand R_i = 240Ω ist $|I_p|$ stets größer als $|I_s|$ bei allen hier betrachteten Frequenzen.

Der Innenwiderstand meines Verstärkers erreicht seinen tiefsten Wert (der auch in der Betriebsanleitung angegeben ist) erst bei Vollaussteuerung, sonst ist er aufgrund von Mit- und Gegenkopplungen im Verstärker höher. Andererseits darf man den Verstärker höchstens bis zu dem Wert seines Innenwiderstandes belasten. Überschreitet der Belastungswiderstand den Wert des Innenwiderstandes, so treten Verzerrungen der Kurvenform durch Übersteuerung auf, und der Ausgangsstrom wird nicht größer.

Als Belastungswiderstände treten die auf Resonanz abgeglichenen Resonanzkreise auf, deren Impedanzen im Resonanzfall sich aus den Gleichungen (3.1) und (3.3) bzw. (3.5) und (3.10) berechnen lassen, falls man den Innenwiderstand R_i des Verstärkers fortläßt. Es ergibt sich für den Serienresonanzkreis bei Resonanz

$$Z_s = R \qquad (3.19)$$

und für den Parallelresonanzkreis bei Resonanz

$$Z_p = \frac{L}{R \cdot C_p} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R} \; . \qquad (3.20)$$

Die Impedanz des auf Resonanz abgeglichenen Serienkreises enthält nur den ohmschen Widerstand und ist damit nicht von der Resonanzfrequenz abhängig. Die Impedanz des auf Resonanz abgeglichenen Parallelkreises wächst mit der Resonanzfrequenz. Für die drei benutzten Frequenzen 42 Hz, 215 Hz und 1 kHz sind die Resonanzimpedanzen Z_p in Tab.3.2 angegeben. Man erkennt, daß

Tab.3.2: Impedanzen des Parallelresonanzkreises für drei Frequenzen

f	42 Hz	215 Hz	1 kHz
Z_p	18,7 Ω	78,6 Ω	1,37 kΩ

die Impedanzen Z_p sehr schnell über das zulässige Maß hinauswachsen. Höhere Frequenzen lassen sich bestenfalls bei sehr verminderter Leistung des Verstärkers verwenden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß zwar bei einem größeren Innenwiderstand R_i theoretisch höhere Ströme im Parallelkreis auftreten (Tab.3.1), die aber wegen der mit der Frequenz ansteigenden Impedanz (Gl.3.20) und dem dadurch entstehenden Mißverhältnis zwischen R_i und Z_p zur Vermeidung von Verzerrungen wieder vermindert werden müssen. Es bringt also keine Vorteile, einen Parallelresonanzkreis einzusetzen, zumal bei dem Innenwiderstand von 60Ω der Strom $|I_s|$ durch den Serienkreis bei 1 kHz doppelt so groß ist wie der entsprechende durch den Parallelkreis $|I_p|$. Bei 215 Hz erreicht $|I_s|$ immerhin noch den Wert von 0,8 $|I_p|$, bei 42 Hz sind beide Ströme praktisch gleich. Aus diesem Grunde wird ein Serienresonanzkreis benutzt. Der Verstärker wird auf einen Innenwiderstand R_i = 60Ω eingestellt, da bei fehlerhaftem Abgleich die Impedanz des Resonanzkreises leicht über den ohmschen Widerstand anwachsen kann.

Bei Benutzung eines Serienresonanzkreises muß besonders auf die Spannungsfestigkeit des Kondensators geachtet werden. Die auftretenden Spannungen seien abschließend kurz abgeschätzt. Nach den Gleichungen (3.2) und (3.3) ist der Strom I_s reel, deshalb muß der Blindwiderstand in Gl. (3.2) verschwinden (ω_o = Resonanzfrequenz):

$$\frac{1}{\omega_o C} - \omega_o L = 0 \qquad (3.21)$$

Multipliziert mit dem durchfließenden Strom I_s erhält man die Spannungen U_C und U_L am Kondensator bzw. an der Spule, die bei Resonanz gleich sind:

$$U_C = \frac{I_s}{\omega_o C} = \omega_o L \, I_s = U_L \qquad (3.22)$$

Bezogen auf die Spannung U_s am Verstärkerausgang folgt mit Gl. (3.3) und (3.19) für die Spannungsüberhöhung bei Resonanz:

$$\frac{U_C}{U_s} = \frac{U_L}{U_s} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (3.23)$$

oder bei Benutzung der Dämpfung $d = R/\omega_o L = 1/Q$ (Q = Güte des Resonanzkreises)

$$\frac{U_C}{U_s} = \frac{U_L}{U_s} = \frac{1}{d} = Q \; . \qquad (3.24)$$

Es zeigt sich also, daß die Spannungen am Kondensator um so höher werden, je weniger der Kreis gedämpft ist. Das muß bei der Spannungsfestigkeit der Kondensatoren im Resonanzkreis berücksichtigt werden.

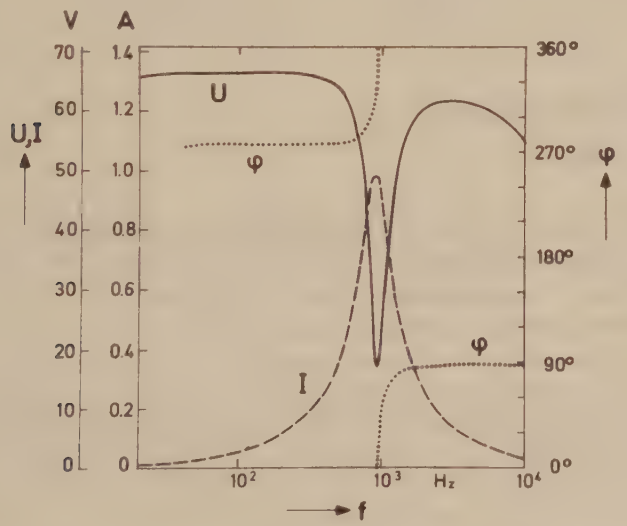

Abb.3.5: Frequenzkurven von Verstärkerausgangsspannung U, Strom I und Phasenverschiebung ϕ zwischen U und I bei einem Serienresonanzkreis. Die Resonanzfrequenz beträgt 902 Hz.

Die Abbildung 3.5 zeigt die wichtigsten Eigenschaften der Zusammenschaltung von Verstärker, Spule und Kondensator als Serienresonanzkreis. Bei konstanter Verstärkereingangsspannung sind die Spannung U am Verstärkerausgang, der Strom I durch den Kreis und die Phasenverschiebung ϕ zwischen Spannung und Strom über der Frequenz aufgetragen worden. Der Resonanzkreis wurde auf 902 Hz abgeglichen und der Strom bei Resonanz auf 1 A gestellt. Nach Gl. (3.23) läßt sich die Spannungsüberhöhung bei Resonanz an der Kapazität bzw. Induktivität ausrechnen, sie beträgt hier (mit L = 23,6 mH, C = 1,3 µF, R = 16,3 Ω) 8,27. Die Verstärkerausgangsspannung bei Resonanz ist 16,8 V (s. Abb.3.5). Es ergibt sich damit die Spannung U_C = 138 V, die noch nicht die maximal zulässige Spannung von 220 V erreicht.

3.3 Die Aufnahmeapparatur

3.3.1 Die Sonde

Für die Messung der auftretenden Magnetfelder werden drei kleine Induktionsspulen verwendet, die in den orthogonalen Richtungen x, y und z ausgerichtet sind. Als Spulenkörper wird ein Plexiglaswürfel von 10 mm Kantenlänge verwendet, in den Nuten von 1 mm Breite und 2,5 mm Tiefe eingefräst wurden. In diese Nuten wird die Spule als Scheibenspule aus sehr dünnem Kupferlackdraht (Drahtdurchmesser 0,03 mm) gewickelt. Anschließend wird die ganze Sonde zur Vermeidung mechanischer Schäden in Gießharz eingegossen.

Da die Spulen nacheinander aufgebracht werden mußten, haben sie etwas verschiedene Windungsflächen und damit auch verschiedene Empfindlichkeiten. Zur Ermittlung der Windungsfläche F wurde für die innerste Spule (x-Spule) die Gleichung

$$F = \frac{\pi}{12} (D_i^2 + D_i D_a + D_a^2) \qquad (3.25)$$

[KÜPFMÜLLER, 1973, S.235] verwendet. Dabei sind D_i = Innendurchmesser und D_a = Außendurchmesser der Spule. Die Scheibe der zweiten Spule (y-Spule) nimmt ungefähr die Gestalt einer Ellipse an. Die wirksame Windungsfläche wurde als Mittelwert der Flächen der äußeren und inneren Spulenberandung angenommen. Die Fläche der dritten Spule (z-Spule) hat die Gestalt eines abgerundeten Quadrates, die Windungsfläche wurde als Mittelwert zwischen der Fläche eines Quadrates und der Kreisfläche berechnet. Daraus sind dann äquivalente Radien r von Kreisspulen zurückgerechnet worden (s. Tab.3.3).

Die Induktivität L der Spule läßt sich aus den geometrischen Abmessungen und der Windungszahl n berechnen. Ist r der Spulenradius, r_o der Drahtradius, so gilt [vgl. BECKER-SAUTER Bd.I, 1962, S.140]:

$$L = \mu_o r\, n^2 \ln\left(\frac{8r}{r_o} - \frac{7}{4}\right). \qquad (3.26)$$

Für ein harmonisches induzierendes Magnetfeld H_o mit der Frequenz $\omega = 2\pi f$ läßt sich die induzierte Spannung U_o angeben:

$$U_o = -j\omega\mu_o\, n\, F\, H_o = (R + j\omega L) I_o. \qquad (3.27)$$

Zum Ausgleich der wegen der verschiedenen Windungsflächen der Induktionsspulen unterschiedlichen Induktionsspannungen wird eine Spannungsteilerschaltung für die Spulen der y- und z-Komponenten verwendet, die bei gleichem Magnetfeld die höheren Spannungen auf die niedrigste Spannung der x-Komponente herabsetzt (Abb.3.6). Der Korrekturfaktor K berechnet sich aus den Widerständen der Spannungsteilerschaltung:

$$K = \frac{R_a}{R_a + R_i + R_v}, \qquad (3.28)$$

dabei ist R_i der Innenwiderstand, R_v der Vorwiderstand und R_a die Parallelschaltung von Spannungsteilerwiderstand R_{a1} und Verstärkereingangswiderstand R_{a2}:

$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_{a1}} + \frac{1}{R_{a2}} . \qquad (3.29)$$

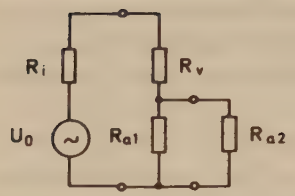

Abb.3.6: Prinzipskizze der Spannungsteiler-schaltung

Damit läßt sich die am Verstärkereingang auftretende Spannung U_E aus U_o berechnen:

$$U_E = K \cdot U_o . \qquad (3.30)$$

Für Eichzwecke wird die Sonde dem stärkeren Magnetfeld einer kleinen Helmholtzspule (vgl. Abschn. 3.4) ausgesetzt, deren Achse in y-Richtung ausgerichtet ist. Die induzierte Spannung wächst linear mit der Feldstärke an (Gl. 3.27). Um einem Übersteuern des nachfolgenden Meßverstärkers vorzubeugen, wird die induzierte Spannung der y-Spule einem weiteren Spannungsteiler zugeführt, der die Spannung um einen Faktor 20 herabsetzt. Diese Spannung wird dann einem Schalterkontakt H zugeleitet (s. Schaltung Abb.3.7).

Die gemessenen Innen- und Außendurchmesser der Spulen und die daraus berechneten Windungsflächen und äquivalenten Spulenradien, die zum Berechnen von Induktivität L und induzierter Spannung U_o notwendig sind, werden in Tab.3.3 für die drei

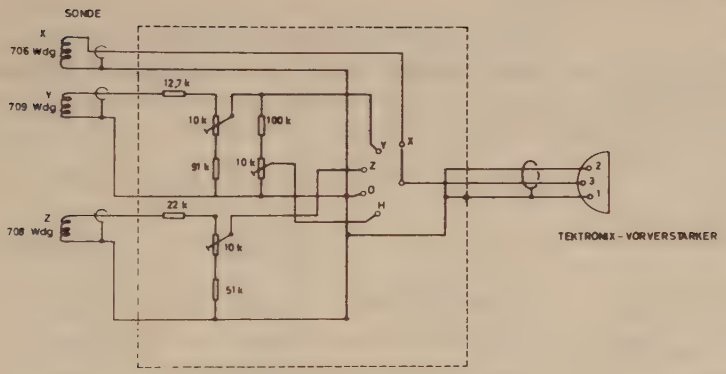

Abb.3.7: Schaltung des Eingangskreises mit Sonde und Spannungsteilern

Komponenten x, y und z gegenübergestellt (abweichende Daten für die Helmholtzspulenanzapfung y_H in Klammern). Tab. 3.3 enthält auch Widerstände der Spannungsteilerschaltungen und die Innenwiderstände der Spulen, sowie Induktivitäten L, induzierte Spannungen U_o und die am Eingang des Meßverstärkers auftretenden Spannungen U_E. Schließlich ist der Phasenwinkel

$$\text{tg } \phi = \frac{\omega L}{R} \qquad (3.31)$$

zwischen der induzierten Spannung U_o und dem durch den Eingangskreis fließenden Strom I_o (Gl. 3.27) für eine Frequenz von f = 1 kHz berechnet und in die Tabelle aufgenommen worden. Selbst für eine Frequenz von 1 MHz sind die Phasenwinkel von der Größenordnung von $0{,}02^\circ$ und damit vernachlässigbar.

Durch das Eingießen der Sonde in Gießharz sind die Spulen nicht mehr frei zugänglich, so daß Ungenauigkeiten beim Ausmessen der Spulenabmessungen möglich sind. Deshalb können auch Indukti-

Tab.3.3: Daten der Sonde

		x	y (y_H)	z
Gleichstromwiderstand der Spule	R_i [Ω]	358	410	438
Spannungsteilerwiderstand	R_v [Ω]	0	17,0k (68,4k)	30k
Spannungsteilerwiderstand	R_{a1} [Ω]	-	51,5k (5,4k)	54,85k
Verstärker-Eingangswiderstand	R_{a2} [Ω]	10 M	10 M	10 M
Innendurchmesser der Spule	D_i [cm]	0,5	0,5 - 0,7	0,7
Außendurchmesser der Spule	D_a [cm]	0,67	0,7 - 0,9	0,95
Spulenfläche	F [cm^2]	0,271	0,385	0,448
äquivalenter Spulenradius	r [cm]	0,294	0,35	0,377
Korrekturfaktor	K	0,9999	0,7464 (0,0727)	0,6486
Induktivität (berechnet)	L [mH]	11,97	14,78	16,08
Windungszahl	n	706	709	708
Induzierte Spannung pro Hz und Magnetfeldeinheit (berechnet)	$U_o/f \cdot H_o$ [10^{-7}V]	1,509	2,154	2,501
Eingangsspannung des Verstärkers pro Hz und Magnetfeldeinheit $U_E/f \cdot H_o$	[10^{-7}V]	1,509	1,608 (0,157)	1,606
Phasenverschiebung für 1 kHz (berechnet)	ϕ[°]	$1,3 \cdot 10^{-7}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$

vität L und induzierte Spannung U_o mit größeren Fehlern behaftet sein. Sie sind daher nur als Richtwerte zu betrachten. Das Abgleichen der vier Eingangsspannungen U_E wurde experimentell durch Verdrehen der Trimmer durchgeführt. Für gleiches Magnetfeld H_o ergaben sich Abweichungen von weniger als 1%.

3.3.2 Sondenhalterung und Sondenführung

Zur Vermeidung von störenden Induktionserscheinungen in Sondenhalterung und Sondenführung wurden zu ihrer Herstellung nur nichtleitende Materialien wie Holz Kunststoffe herangezogen. Aus Holz wurde das Gerüst für die große induzierende Spule gebaut. Die Sondenführung besteht aus einem Hartgeweberohr von 50 mm Durchmesser mit eingefräster Längsnute. Das Material hat sich als ausreichend steif, temperatur- und feuchtigkeitsstabil gezeigt. Das Rohr hat eine Länge von 2,0 m und ist mit einer Klemmvorrichtung an Schienen befestigt, die seitlich am Holzgerüst angebracht sind. Das Rohr läßt sich über die ganze Meßfläche stufenlos parallel in y-Richtung verschieben. Auch die Höhe über den Modellen kann in Stufen verändert werden.

Auf dem Rohr läuft auf kleinen Kunststoffrollen ein Wagen, der von speziellen Führungsrollen in der Nute am Rohr am Verdrehen gehindert wird. Er wird von einem kleinen Motor über eine PVC-Schnur angetrieben. Die Schnur läuft gleichzeitig über eine Schnurrolle, die mit einem 10-Gang-Potentiometer verbunden ist. Bei Anlegen einer Gleichspannung an die äußeren Klemmen steht am Abgriff eine linear vom Ort der Sonde abhängige Spannung zur Verfügung, die - nach Eichung - an die x-Klemmen eines xy-Schreibers gelegt werden kann und so den Ort der Sonde auf dem Registrierpapier angibt.

Der Spulenkörper der Sonde wird nach seiner Fertigstellung an ein kurzes Stück Plexiglasrohr geklebt, das drehbar am Wagen befestigt wird. Damit hat man die Möglichkeit, die Sonde durch Drehen des Plexiglasrohres am Wagen in der xy-Ebene und durch Drehen am Hartgeweberohr in der yz-Ebene zu justieren. Es gibt dagegen keine Möglichkeit für eine Justierung in der xz-Ebene, so daß ein kleiner Fehler in der Aufzeichnung auftreten kann (s. Abschn. 4.3.2). Die induzierten Spannungen werden durch abgeschirmte Kabel über Spannungteiler und Umschalter zum Meßverstärker geführt.

3.3.3 Die Meßverstärker

Die in den Spulen der Sonde induzierte Spannung wächst linear mit der Frequenz (s. Gl.3.27). Am Ausgang der Sonde beträgt sie einige Mikrovolt. Die Meßverstärker haben zwei Aufgaben: einmal müssen sie den Signalpegel so anheben, daß der nachfolgende xy-Schreiber die Spannung für jede Frequenz aufschreiben kann, zum anderen sollen sie die Frequenzabhängigkeit der induzierten Spannung durch Veränderung des Verstärkungsfaktors kompensieren. Dies wird in zwei Stufen durchgeführt. Die Meßspannung wird zunächst einem handelsüblichen Verstärker (Tektronix Typ 122 Preamplifier) zugeführt. Es wird der einseitig geerdete Eingang benutzt, der Verstärkungsfaktor ist ungefähr 130. Die Abweichungen des Verstärkungsfaktors lagen im Frequenzbereich zwischen 20 Hz und 10 kHz unter 1 db.

Die so verstärkte Spannung wird einem Rechenverstärker (Motorola MC 1437 P) mit frequenzabhängiger Gegenkopplung zugeführt, die Schaltung zeigt Abb.3.8. Es handelt sich um einen abgewandelten PI-Regler [TIETZE und SCHENK, 1971, S. 232] mit einem zusätzlichen Widerstand im Gegenkopplungszweig, um den Verstärkungsfak-

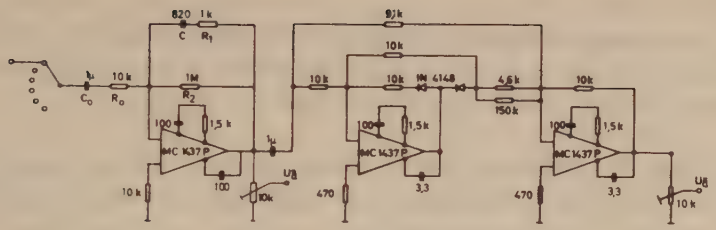

Abb.3.8: Schaltung von Verstärker und Gleichrichter

tor bei niedrigen Frequenzen auf maximal 100 herabzusetzen. Vor dem Eingangswiderstand R_o befindet sich ein weiterer Kondensator C_o, der die Aufgabe hat, einen unerwünschten Gleichspannungsanteil des davorliegenden Tektronix-Verstärkers abzutrennen.

Für einen idealen Rechenverstärker (Leerlaufverstärkung und Eingangswiderstand ∞, Ausgangswiderstand und Offset-Spannung 0, keine Temperaturdrift) ist der Verstärkungsfaktor V nur durch die äußeren komplexen Widerstände festgelegt. Wird der Verstärker invertierend betrieben, so gilt für den Verstärkungsfaktor V mit Z = Gegenkopplungsimpedanz und Z_o = Eingangsimpedanz [s. TIETZE und SCHENK, 1971, S. 52 ff.]:

$$V = \frac{U_a}{U_o} = -\frac{Z}{Z_o} \qquad (3.32)$$

Bei Berücksichtigung der endlichen Leerlaufverstärkung (V' = 45 000) reduziert sich der Verstärkungsfaktor nach der Beziehung

$$V = -\left[\frac{1}{V'} + \frac{Z_o}{Z}\left(1 + \frac{1}{V'}\right)\right]^{-1} \qquad (3.33)$$

um etwa 0,3%. Der Eingangsstrom kann durch einen Widerstand zwischen dem nichtinvertierenden Eingang und Masse kompensiert wer-

den, seine Größe entspricht einer Parallelschaltung von Eingangs- und Gegenkopplungswiderstand. Die Offset-Spannung am Ausgang kann durch ein Spannungsteilernetzwerk am nichtinvertierenden Eingang zum Verschwinden gebracht werden.

Im vorliegenden Fall wird der Verstärker lediglich zu Relativmessungen eingesetzt, bei denen der Verstärkungsfaktor V konstant und nur in seiner Größenordnung bekannt sein muß. Deshalb ist die Gl.(3.32) in der Genauigkeit völlig ausreichend. Der Eingangsstrom wird nur näherungsweise mit einem 10 kΩ-Widerstand, die Offset-Spannung überhaupt nicht kompensiert. Es wird vorausgesetzt, daß der Verstärker in den Amplituden linear arbeitet. Überlagerte Gleichspannungen werden durch Trennkondensatoren abgetrennt.

Die Impedanz des Gegenkopplungsgliedes, bezogen auf den Gegenkopplungswiderstand R_2, läßt sich aus den Widerständen der Schaltelemente berechnen:

$$\frac{Z}{R_2} = 1 - \frac{(\omega C)^2 R_2(R_1 + R_2) + j\omega C R_2}{1 + [\omega C(R_1 + R_2)]^2} \qquad (3.34)$$

Die Impedanz Z_o des Eingangsgliedes beträgt

$$Z_o = R_o + \frac{1}{j\omega C_o} . \qquad (3.35)$$

Mit den Gleichungen (3.34) und (3.35) ist der theoretische Verstärkungsfaktor V nach Gl.(3.32) berechnet und in Abb.3.9 nach Betrag und Phase (bezogen auf den Eingang) gestrichelt dargestellt worden. Gleichzeitig ist der wirkliche Verstärkungsfaktor und die Phasenverschiebung durch den Verstärker gemessen und als ausgezogene Kurve in die Abb.3.9 eingezeichnet worden. Durch unvermeidliche Bauteil- und Meßgerätetoleranzen fallen die Kurven nicht genau aufeinander, die gemessene Kurve ist

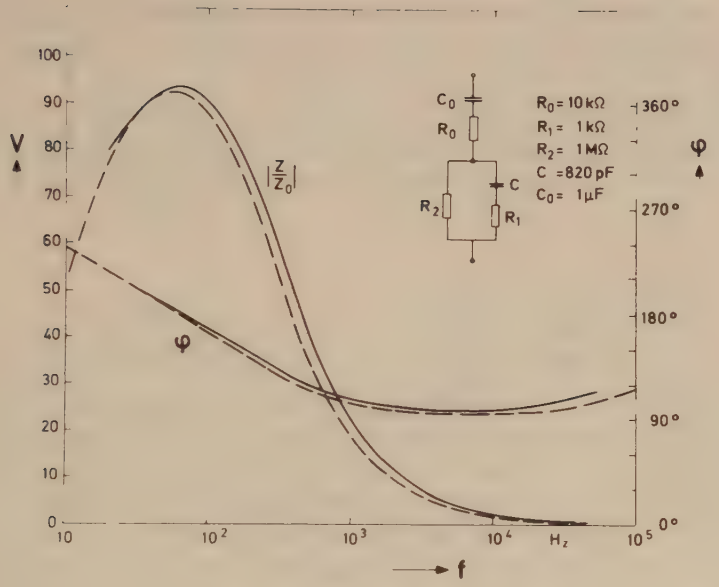

Abb.3.9: Frequenzkurven des berechneten und gemessenen Verstärkungsfaktors V und der Phasenverschiebung ϕ zwischen Eingang und Ausgang eines Rechenverstärkers. Die berechneten Werte sind gestrichelt, die gemessenen ausgezogen dargestellt.

etwas zu höheren Frequenzen hin verschoben. Die bei TIETZE und SCHENK [1971, S. 232] angegebene Beziehung für die Frequenzabhängigkeit des PI-Reglers bestätigt sich, wenn $R_2 = \infty$ und $C_o = \infty$ gesetzt wird.

Die Phasenkompensation des Verstärkers wurde nach einer Empfehlung des Herstellers (Motorola) durchgeführt. Für einen Verstär-

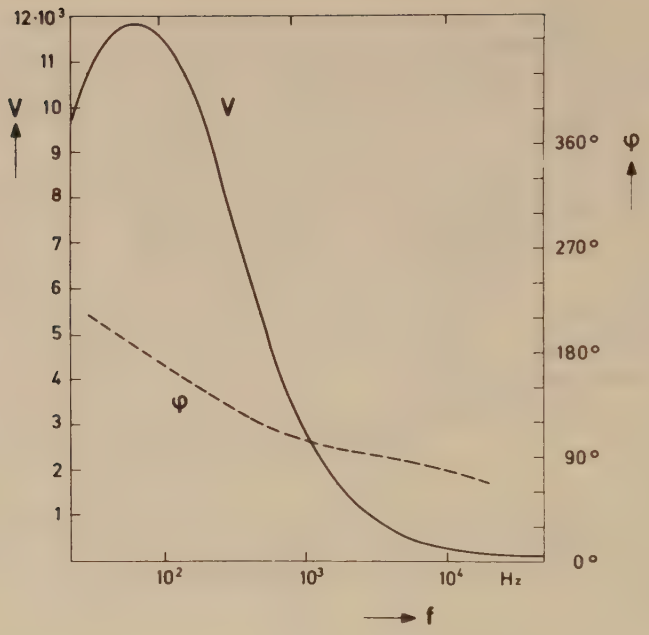

Abb.3.10: Frequenzkurven des Verstärkungsfaktors V und der Phasenverschiebung ϕ zwischen Eingang und Ausgang der gesamten Verstärkeranlage vom Eingang des Tektronix-Vorverstärkers bis zum xy-Schreiber

kungsfaktor von 100 erreicht man damit volle Verstärkung (Ausgangsspannung ± 12 V) bis über 100 kHz, oberhalb von 400 kHz fällt die Verstärkung um 20 db pro Dekade.

Die Ausgangsspannung U_o wird über ein Potentiometer dem Wechselspannungseingang des xy-Schreibers und über einen Trennkondensator dem Eingang des Phasenmessers (s. Abschn. 3.3.4) zugeführt. Der Einsatz eines Präzisions-Vollweggleichrichters nach

TIETZE und SCHENK [1971, S. 248] brachte keine Vorteile, da er ungenauer arbeitete und für Brumm- und Störgeräusche anfälliger war als der im xy-Schreiber eingebaute AC-DC-Wandler.

Eine Frequenzkurve des gesamten Verstärkungsfaktors und des Phasenganges vom Eingang des Tektronix-Verstärkers bis zum Schreibstift des xy-Schreibers zeigt Abb.3.10.

3.3.4 Der Phasenmesser

Für die Phasenmessung wird die zeitliche Aufeinanderfolge der Nulldurchgänge von dem Meßsignal und einem Referenzsignal ausgenutzt. Betrachtet man nur Nulldurchgänge in einer Richtung, z.B. von negativen zu positiven Spannungen, so ist die Zeit zwischen dem Nulldurchgang des Meßsignals und dem des Referenzsignales, bezogen auf eine Periode, proportional dem Phasenwinkel, unabhängig von der Periode oder Frequenz der Spannungen. Um die Nulldurchgänge möglichst genau zu erfassen, ist es erforderlich, die Meßspannung und die Referenzspannung in der Umgebung der Nulldurchgänge hoch zu verstärken, um die Anstiegszeit klein zu halten und damit den Zeitpunkt der Nulldurchgänge möglichst genau zu ermitteln.

In der vorliegenden Schaltung (Abb.3.11) werden die beiden Spannungen unabhängig voneinander mit Rechenverstärkern verstärkt. In jedem Gegenkopplungszweig sitzen neben einem Widerstand (der bei kleinen Eingangsspannungen die Verstärkung auf den Faktor 100 begrenzt) jeweils zwei antiparallelgeschaltete Dioden, die die Begrenzung auf den Wert ihrer Durchlaßspannungen ($U \approx 0{,}6$ V) bei positiven und negativen Signalen durchführen. Dadurch entsteht aus der harmonischen Eingangsspannung eine annähernd rechteckige Ausgangsspannung mit einer Amplitude von ungefähr 0,6 V und symmetrischen Halbwellen. Die Dioden wurden paar-

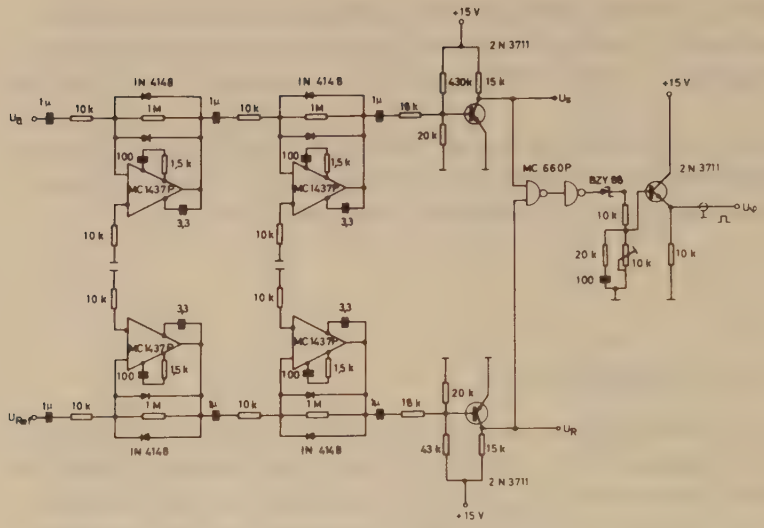

Abb.3.11: Schaltung des Phasenmessers

weise speziell auf möglichst gleichen Wert ihrer Durchlaßspannungen ausgesucht.

Nach Verstärkung der beiden Spannungen mit jeweils einem Transistor und einer Niveauverschiebung, so daß die Rechteckspannungen nur die Werte 0 und 15 V annehmen können, werden die Impulsfolgen mit einem NAND-Gatter verglichen und mit einem weiteren Gatter invertiert. Dadurch tritt am Ausgang eine Impulsfolge auf, bei der die Breite der Impulse linear von der Phasenlage der beiden Eingangsspannungen abhängt. Nach Einstellung des Pegels, der auf dem xy-Schreiber benötigt wird, kann die Impulsfolge über den Gleichspannungseingang des xy-Schreibers aufgezeichnet werden.

Bei der oben beschriebenen Schaltung tritt bei einer Phasenverschiebung von 180° eine Ausgangsspannung U_A = 0 V auf, der Nullpunkt des Phasenmessers liegt also bei 180°. Die Ausgangsspannung wächst linear sowohl bei 180° + ϕ als auch 180° - ϕ, der Apparat kann nicht entscheiden, ob eine positive oder negative Phasenverschiebung auftritt. Deshalb ist der Phasenmesser um einen Phasenumschalter (Abb.3.12) erweitert worden.

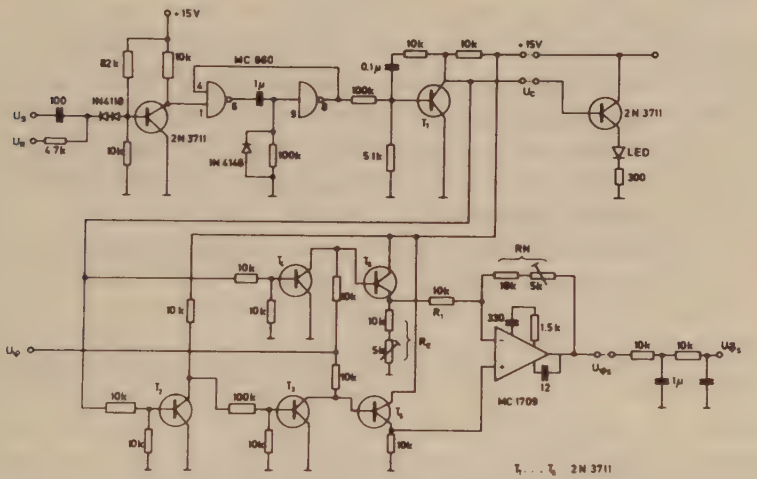

Abb.3.12: Schaltung des Phasenumschalters

Es werden zwei Spannungen U_S (vom Meßspannungskanal) und U_R (vom Referenzspannungskanal) am Eingang des NAND-Gatters beim Phasenmesser abgegriffen und einer dynamischen Vorbereitungsschaltung zugeführt [TIETZE und SCHENK, 1971, S. 411]. Befindet sich die Spannung des Referenzkanals auf hohem Potential (H), so sperren die Dioden am Eingang des Phasenumschalters. Die Ausgangsspannung der Vorbereitungsschaltung ist daher konstant Null, unabhängig davon, ob die Meßspannung von hohem (H) zu tiefem (L) Potential oder umgekehrt springt. Befindet sich

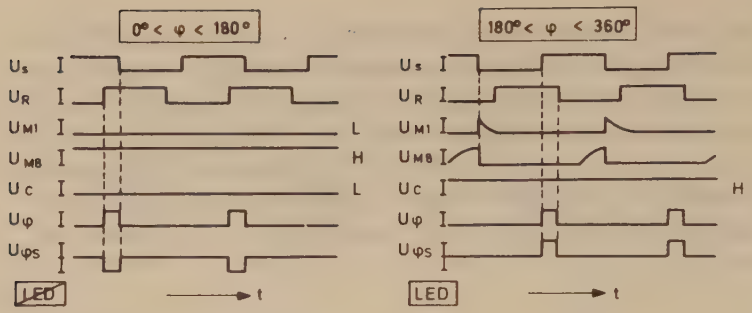

Abb.3.13: Spannungsverlauf an einigen wichtigen Punkten des Phasenumschalters. Dabei sind U_S und U_R die Eingangsspannungen, die das Umschalten bewirken, U_ϕ ist die umzuschaltende Eingangsspannung. U_{M1} und U_{M8} sind Ein- und Ausgangsspannungen des monostabilen Multivibrators, U_C die erzeugte Steuerspannung. $U_{\phi S}$ ist die Ausgangsspannung des Phasenumschalters.

der Referenzkanal auf niedrigem Potential (L), so können durch den Kondensator differenzierte Impulse zur Basis des Transistors gelangen. Da der Transistor normalerweise leitet, bewirkt die ansteigende Impulsflanke keine Änderung, die abfallende dagegen erzeugt eine negative Impulsspitze, die den Transistor kurzzeitig sperrt. Dies wiederum stößt den aus zwei NAND-Gattern aufgebauten monostabilen Multivibrator [TIETZE und SCHENK, 1971, S.448] an, der nach einer Schaltzeit von etwa 0,1 s wieder in den Grundzustand zurückkehrt. Nach Inversion und Glättung mit einem weiteren Transistor steht eine Spannung U_C zur Verfügung, die nur auftritt, wenn die Phasenverschiebung ϕ zwischen Meß- und Referenzspannung mehr als 180° beträgt (s. Abb.3.13). Diese Spannung U_C dient zur Anzeige einer Phasenverschiebung von mehr als 180° mit einer Leuchtdiode und als Steuerspannung für einen Phasenumschalter. Da der Nullpunkt des Phasenmessers bei 180° liegt, müssen die Impulse am Ausgang des Phasenmessers für Phasen $\phi < 180^\circ$ in-

vertiert werden, bei Phasen $\phi > 180^{\circ}$ aber positiv bleiben. Das wird in der folgenden Schaltung durchgeführt.

a) $\phi > 180^{\circ}$

Ist die Phase ϕ größer als 180°, so tritt die Spannung U_C auf, die den beiden Transistoren T_2 und T_4 zugeführt wird. T_2 invertiert U_C, so daß die Basis der Transistoren T_3 und T_4 entgegengesetzt vorgespannt ist: T_3 sperrt und T_4 leitet. Als Kollektorspannung der beiden Transistoren dient die umzuschaltende Impulsfolge U_ϕ. Da T_3 sperrt, tritt U_ϕ am Kollektor von T_3 und an der Basis von T_5 in voller Höhe auf. T_5 ist als Emitterfolger geschaltet, so daß die Impulsfolge fast unverändert am nichtinvertierenden Eingang des nachfolgenden Rechenverstärkers auftritt. Nach Verstärkung (Verstärkungsfaktor $1 + R_N/(R_E + R_1)$) und Glättung mit einer RC-Kette tritt die Phase als positive Gleichspannung am Verstärkerausgang auf, linear abhängig vom Phasenwinkel zwischen 180° und 360°. Da T_4 leitet, ist seine Kollektorspannung kleiner als die zum Durchsteuern von T_6 erforderliche Basisspannung, so daß T_6 sperrt und keine Signalspannung zum invertierenden Eingang des Rechenverstärkers gelangen kann.

b) $\phi < 180^{\circ}$

Wenn die Phase ϕ kleiner als 180° ist, sperrt bereits die Vorbereitungsdiode, so daß keine Steuerspannung U_C erzeugt werden kann. Damit kehren sich die Spannungsverhältnisse an den Transistoren um: Es sperren die Transistoren T_2, T_4 und T_5, so daß der nichtinvertierende Eingang des Rechenverstärkers über einen 10 kΩ-Widerstand geerdet ist. Da auch T_4 sperrt, kann jetzt die Impulsspannung U_ϕ auf den invertierenden Eingang des Rechenverstärkers gelangen und am Ausgang als negative Gleichspannung auftreten. Die Spannungsverstärkung des Rechenverstärkers ist hier $-R_n/R_1$, so daß ein Abgleich auf konstante Verstärkung bei positiven und negativen Ausgangsspannungen mit dem regelbaren Emitter-Widerstand R_E bei

T_6 und eine gemeinsame Pegeleinstellung mit dem Trimmwiderstand R_N im Gegenkopplungszweig erfolgen kann. Damit ist der Phasenmesser geeignet, jedem Phasenwinkel einen eindeutigen Gleichspannungswert zuzuweisen.

3.3.5 Das Netzgerät

Die zum Betrieb von Verstärker und Phasenmesser erforderlichen geregelten Gleichspannungen von ± 15 V werden einem Doppel-Netzgerät entnommen (Abb.3.14). Die Schaltung ist einem Schaltungsvorschlag der Firma Motorola entnommen. Es werden zwei unabhängige Regelkreise für positive und negative Spannungen verwendet, die beide mit dem integrierten Regelbaustein MC 1460 G aufgebaut sind. Da die digitalen Bausteine im Phasenmesser und alle Einzeltransistoren eine Betriebsspannung von

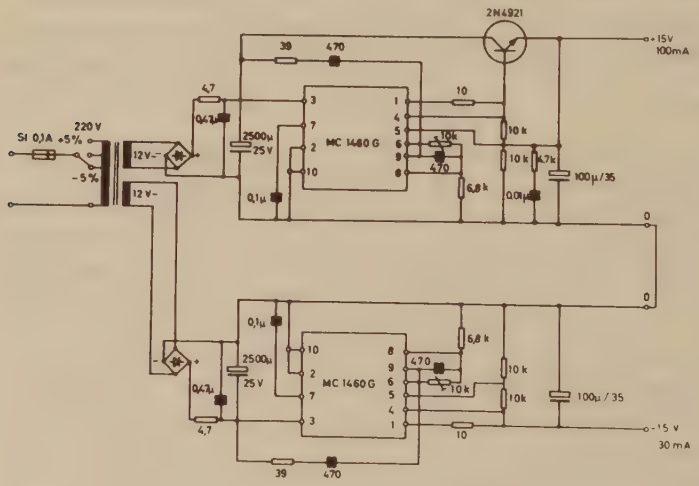

Abb.3.14: Schaltung des Netzgerätes

+ 15 V benötigen, wird der Baustein für positive Spannungen durch einen Leistungstransistor erweitert, der vom Regelbaustein angesteuert wird und einen Strom von 100 mA liefern kann. Der Regelbaustein für - 15 V liefert maximal einen Strom von 30 mA, was für den Betrieb aller Rechenverstärker ausreicht.

3.4 Die Eichspule

Die Ausgangsspannung der Verstärker ist ein Maß für die Amplitude des Magnetfeldes, das von der Sonde abgetastet wird. Um sie direkt in Feldstärkeeinheiten angeben zu können, muß sie mit einem bekannten Magnetfeld geeicht werden. Dazu wird die Sonde zu Anfang jeder Messung in eine kleine Helmholtzspule gefahren, deren Achse in y-Richtung ausgerichtet ist. Das Magnetfeld im Mittelpunkt der Helmholtzspule läßt sich mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes ausrechnen. Ist r Radius und Abstand der beiden Kreisspulen, I_H der Strom, der durch beide Spulen in gleicher Richtung fließt, n die Windungszahl jeder Spule, so gilt für das Magnetfeld H_H (in praktischen Einheiten):

$$H_H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{nI_H}{r} = 0{,}716 \frac{nI_H}{r} . \qquad (3.36)$$

Bis zu einer Entfernung von 0,1·r vom Mittelpunkt ist das Feld auf 10^{-5} konstant, bis 0,5·r längs der Spulenachse ist der Fehler kleiner als 0,5% [s. KERTZ, 1973, S. 155].

Zur Reduktion von Meßfehlern ist es zweckmäßig, bei Messung des Stromes durch Eichspule und Rechteckspule den gleichen Meßbereich des Strommessers zu verwenden. Da aber ein Strom in der Eichspule ein wesentlich stärkeres Magnetfeld erzeugt als ein gleich großer Strom in der Rechteckspule, muß beim Eichen die größere Induktionsspannung in der Sonde zur Vermeidung einer

Übersteuerung des Verstärkers mit einer Spannungsteilerschaltung (s. Abschn.3.3.1) um einen Faktor 20 vermindert werden.

Bei der verwendeten Helmholtzspule ist der Spulenradius $r = 4{,}5$ cm und die Windungszahl pro Spule $n = 30$. Wird der Strom I_H in Ampere gemessen, so beträgt das Magnetfeld im Mittelpunkt der Spulenanordnung in Richtung der Achse

$$H_H = 477 \cdot I_H \ [A/m]. \qquad (3.37)$$

Der Spannungsteilerfaktor 20 wird aufgeteilt in einen Faktor 10, der auf einfache Weise am Schreiber berücksichtigt wird (dort wird H_H statt in Feldstärkeeinheiten in 1/10-Feldstärkeeinheiten aufgetragen) und einen Faktor 2, der bei der Stromstärke I des Flächenstromes berücksichtigt werden muß. Die durch die Helmholtzspule induzierte Spannung in der Sonde durchläuft nach Verstärkung ein weiteres Eichpotentiometer, das zum Einstellen des Schreibers auf die in der Helmholtzspule herrschende Feldstärke dient, so daß z.B. 1 cm einer Feldstärke von 1 A/m entspricht.

Für die theoretische Magnetfeldberechnung des Flächenstromes (s. Abschn. 2.2) wurde eine Stromdichte von 100 A/m angenommen. Dies führt durch die Konstruktion des Flächenstromes als große Spule auf einen Spulenstrom von 1 A. Für die Helmholtzspule ist wegen des Abschwächungsfaktors 20 nur eine Stromstärke von 0,5A zulässig, um an das berechnete Feld anschließen zu können. Damit ist die Eichung im Prinzip abgeschlossen.

Für Phasenmessungen ist keine Eichung mehr nötig, da die Eichwiderstände, abgestimmt auf diesen Schreiber, fest in den Phasenmesser eingebaut sind und nicht verändert werden. Aber der Verstärker mit frequenzabhängiger Verstärkung (s. Abschn.3.3.3) bewirkt eine frequenzabhängige Phasenverschiebung zwischen Ein-

gang und Ausgang. Damit wandert der Nullpunkt der Phasenmessung bei Änderung der Frequenz.

Damit man den Nullpunkt unabhängig von Anomalien eindeutig festlegen kann, ist es auch für Phasenmessungen nötig, die Sonde in die Helmholtzspule zu fahren. Die Ausgangsspannung des Phasenmessers entspricht dann bei dieser Frequenz gerade 0° Phasenverschiebung zwischen Magnetfeld in der Helmholtzspule und induzierendem Strom. Mit den in den Schreiber eingebauten Reglern zum Verschieben des Nullpunktes kann der Nullpunkt an eine beliebige Stelle gebracht und dort markiert werden. Bei Änderung der Frequenz wird der Nullpunkt seine Lage ändern, kann aber mit dem Regler auf seine alte Position zurückgebracht werden.

3.5 Vergleich zwischen theoretischem und tatsächlichem äußeren Feld

Ein Beispiel der praktischen Erprobung der gesamten Anlage zeigt Abb.3.15. Dort ist ein Profil bei z = 26 cm in der Mittelebene bei y = 0 unter die große Spule gelegt und bei drei verschiedenen Frequenzen (42 Hz, 215 Hz und 1 kHz) durchgemessen worden. Die untere Begrenzung des Magnetfeldes war durch den Fußboden bei z = 89 cm gegeben, es waren keine weiteren Störkörper vorhanden. In Abb.3.15 sind die Magnetfeldamplituden H_x und H_z aufgetragen, wobei die Amplituden bei H_x mit der Frequenz anwachsen. Das deutet bereits auf eine Induktionswirkung im Stahlbetonfußboden hin. Die gepunktet eingezeichnete Kurve des berechneten Feldes (s. Abschn.2.2) zeigt dementsprechend die kleinsten Amplitudenwerte, obwohl die Abweichung von der bei 42 Hz gemessenen Kurve sehr gering ist. Bei H_z fallen alle Kurven aufeinander. Da das Profil in der Mittelebene der großen

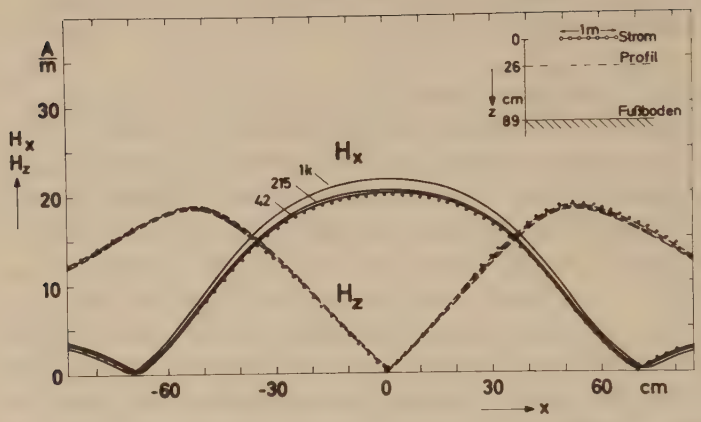

Abb.3.15: Magnetfeldkomponenten H_x und H_z eines 1 m breiten Flächenstromes (Strom in y-Richtung, Stromdichte 100 A/m) mit den Frequenzen 42 Hz, 215 Hz und 1 kHz, gemessen auf einem Profil 26 cm unter dem Stromsystem. Die berechneten Magnetfeldkomponenten sind als gepunktete Kurven dargestellt.

Spule lag, sollte die Komponente H_y überall null sein. Die Messung ergab auch nur so kleine Werte, daß sie nicht eingezeichnet wurden. Auch die Phasen zeigten keine wesentlichen Abweichungen von den theoretischen Kurven (Abb.2.5). Auf eine Darstellung wurde deshalb ebenfalls verzichtet.

3.6 Die Materialien der Modelle

Wie in Abschn. 2.1 bereits dargelegt wurde, lassen sich prinzipiell alle geophysikalischen Induktionsvorgänge im Modell nach-

bilden, wenn der Induktionsparameter $\mu_o \omega \sigma d^2$ ungeändert bleibt (Gl. 2.14). Für Modellversuche ist eine drastische Reduktion aller Längen d um einige Zehnerpotenzen (10^4 - 10^7) erforderlich, was durch Wahl von Frequenz $f = \omega/2\pi$ und Leitfähigkeit σ (bzw. spez. Widerstand ρ) ausgeglichen werden muß. Hat man noch einige Freiheit bei der Wahl der Frequenz - bei dieser Anlage können Frequenzen von 40 Hz bis 2 kHz (evtl. bis 10 kHz) eingesetzt werden - so ist die Auswahl der Materialien mit unterschiedlichem Widerstand sehr beschränkt. Abb.3.16 zeigt ein Diagramm mit Widerständen von verschiedenen Stoffen. Es enthält drei Gruppen mit unterschiedlichem Widerstand, die durch weite Gebiete getrennt sind, die keine für Modellversuche geeigneten Materialien enthalten. Die metallische Leitfähigkeit umfaßt ungefähr eine Zehnerpotenz. Drei Zehnerpotenzen schlechter leiten Graphit und Kohleblöcke, während die Elektrolyten etwa 10^{-6} mal schlechter leiten. Zwar gibt es in den "Lücken" Substanzen mit den entsprechenden Widerständen (etwa Halbleiter), die aber nicht in den für Modellversuche brauchbaren Di-

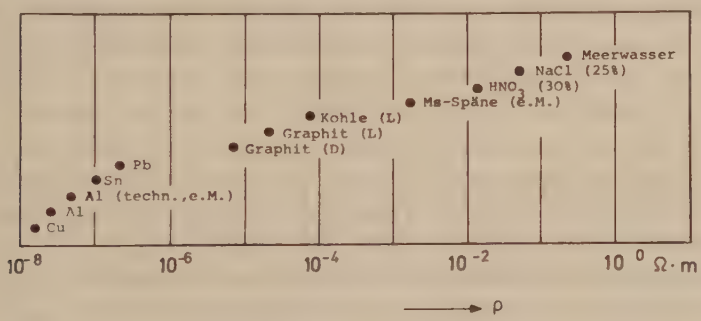

Abb.3.16: Diagramm mit Widerständen verschiedener Stoffe, die für Modellversuche geeignet sind (in Klammern Angabe der Quelle: D = DOSSO, 1966a,b; L = Fa. Lessing, Nürnberg; e.M. = eigene Messung; ohne Angabe = KOHLRAUSCH, 1956)

mensionen angeboten werden und auch wegen ihrer hohen Kosten nicht in Frage kommen [s. KERTZ, 1969, S. 201].

Bei den hier benutzten Frequenzen verhält sich ein Elektrolyt wie ein Isolator. Auch ein Block aus Kohle oder Graphit macht sich erst ab 10 kHz in seiner Induktionswirkung bemerkbar, wenn er eine gewisse Größe (> 10 cm in z-Richtung) überschreitet. Graphitplatten in der Größe von 27 cm x 11 cm x 3,3 cm, aus denen Modelle mit leitfähigem Kleber zusammengeklebt werden müßten, werden im Handel angeboten. Es gibt zwar Kleber mit einer vergleichbaren Leitfähigkeit, erfahrungsgemäß weist aber die Klebfuge einen bis zu zehnfach höheren Widerstand als die Umgebung auf und kann damit einen ungestörten Induktionsvorgang gefährden (persönliche Mitteilung von DOSSO, 1972).

Bei niedrigen Frequenzen erscheinen die Metalle am geeignetsten. Sie besitzen hohe Leitfähigkeit ($\sigma = 5{,}3 \cdot 10^6$ bis $6{,}3 \cdot 10^7$ $(\Omega m)^{-1}$), so daß auch Frequenzen unter 100 Hz einen meßbaren Induktionseffekt erzeugen. Die Nachteile sind der für manche Modelle zu kleine Widerstandsbereich der Metalle und die Schwierigkeit, verschiedene Teile eines Modells leitfähig zu verbinden. Speziell bei dem häufig verwendeten Aluminium setzt die Oxydschicht auf jeder Oberfläche den kleinen induzierten Strömen einen sehr großen Widerstand entgegen, so daß zwei Teile desselben Modells nur magnetisch, nicht aber elektrisch gekoppelt sind. Auch leitfähige Kleber werden keine Abhilfe bringen, da deren Leitfähigkeit um einen Faktor 10^3 schlechter als die von Metallen ist. Es wird nicht zu umgehen sein, die Modelle jeweils aus einem Stück herzustellen und nur da zwei Modellteile aneinanderstoßen zu lassen, wo man aus Symmetrieüberlegungen sicher sein kann, daß über diese Grenzfläche keine Ströme fließen.

Aus diesen Gründen ist auch keine leitfähige Verbindung zwischen Modell und Substratum und - bei dem letzten Modell - zwischen zwei Modellteilen geschaffen worden. Dort (Abschn. 6.2.2) wird

der Effekt einer unterschiedlichen Anordnung zweier Blechplatten demonstriert.

Bei allen Modellen wird Aluminium verwendet. Das Substratum besteht aus einer Platte aus Reinaluminium (99,5%) mit den Abmessungen 174 cm x 157 cm x 2 cm und einem spez. Widerstand von $2{,}82 \cdot 10^{-8}$ Ωm (Angabe des Herstellers). Wegen der Größe der Platte war eine Nachmessung des Widerstandes mit unseren Geräten nicht möglich. Die Modelle bestehen aus Aluminiumblech von 1 mm Stärke in einer technischen Legierung. Der spez. Widerstand wurde an schmalen Blechstreifen ermittelt. Er ergab sich zu $(4{,}55 \pm 0{,}05) \cdot 10^{-8}$ Ωm.

Die Aluminiumplatte soll den gut leitenden Erdmantel symbolisieren und das äußere Magnetfeld vollständig abschirmen. Zum Vergleich mit Modellrechnungen können Aluminiumbleche darüber als "dünne" Schicht angesehen werden [WINTER, 1973]. Aus diesem Grunde ist die Kenntnis der Eindringtiefe für magnetische Wechselfelder von Interesse. Sie ist diejenige Tiefe, bei der in einem leitenden Halbraum mit spez. Widerstand ρ die Amplitude auf 1/e des Oberflächenwertes abgeklungen ist:

$$p = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_o \omega}} \qquad (3.38)$$

Sie wird für die benutzten Frequenzen und die beiden verschiedenen Widerstände der Materialien in Tab. 3.4 angegeben.

Tab. 3.4: Elektromagnetische Eindringtiefe p in einen Aluminiumhalbraum mit dem Widerstand der Aluminiumplatte bzw. des Aluminiumbleches

f[Hz]	p[cm] $\rho_{Platte} = 2{,}82 \cdot 10^{-8}$ Ωm	p[cm] $\rho_{Blech} = 4{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ωm
42	1,30	1,65
215	0,58	0,73
1 k	0,27	0,34

3.7 Digitalisieren

Die Meßwerte der Magnetfeldmessungen über ein Profil liegen als Kurven des xy-Schreibers in den drei Komponenten x, y und z und meistens auch für die drei Frequenzen 42 Hz, 215 Hz und 1 kHz auf zwei Blättern Millimeterpapier (für Amplituden und Phasen) vor und müssen weiterverarbeitet werden. Sollen nur einzelne Kurven verglichen werden, so kann man die betreffenden Kurven mit der Hand heraus- und zusammenzeichnen (z.B. Abb.3.15). Häufig sollen aber alle Kurven einer Komponente über alle Profile eines Modells in einer Zeichnung erscheinen, um die flächenhafte Verteilung der Magnetfeldkomponente deutlich zu machen. Da es sehr mühsam ist, alle Kurven mit der Hand in befriedigender Weise zusammenzustellen, wurden die Kurven, zunächst nur für die Frequenz 215 Hz, mit dem Pencil Follower der Firma Brindi digitalisiert. Der Punktabstand betrug 1 mm in x-Richtung, die Auflösung in y-Richtung war 0,1 mm. Die so gewonnenen Daten wurden mit geeigneten Rechenprogrammen in eine Form gebracht, die das Zeichnen auf den dem Rechner angeschlossenen Plottern erlaubte (z.B. Abb.2.4 und 2.5), und die eine Weiterverarbeitung mit weiteren Rechenprogrammen gestattete. Die Daten wurden auf Magnetband gespeichert.

Werden nur Amplituden digitalisiert, so sind mögliche Fehler hauptsächlich in einer ungenauen Nachführung der Kurve mit dem Stift des Pencil Followers zu suchen. Außerdem tritt - je nach Einstellung und Benutzungsdauer des Digitalisierers - eine leichte Hysterese in y-Richtung auf, die bis ± 0,5 mm betragen kann.

Wie in Abschn. 4.4.3 erläutert wird, treten bei Phasenmessungen erheblich größere Fehler auf, besonders an den Übergangsstellen von 0° auf 360° oder bei 180°. Da zu der Phasendifferenz zwischen induzierter Spannung und Bezugsspannung stets noch die frequenzabhängige Phase der Verstärker tritt, kommen während einer Profilmessung häufig Sprünge von 0° nach 360° oder umge-

kehrt vor. Die so auseinandergerissene Kurve muß nach dem Digitalisieren durch entsprechende Programmschritte wieder verbunden werden. Dabei machen sich die unter Umständen vorhandenen Aufzeichnungsfehler des Phasenmessers durch "Beulen" oder "Versetzen" bemerkbar. Es wurde versucht, offensichtliche Meßfehler auszugleichen und einen "Versatz" rückgängig zu machen.

4. Fehlerabschätzung

4.1 Geometrische Fehler beim Aufbau der Anlage

Das Aufspüren von geometrischen Fehlern wird erschwert durch das Fehlen einer völlig ebenen Bezugsfläche, auf die man alle Maße beziehen kann. Deshalb wurde der Rand des Stromsystems als Bezug genommen und danach die Fehler abgeschätzt.

Längenmessungen in x- und y-Richtung konnten auf ±1 mm genau durchgeführt werden; dagegen ist der Fehler in z-Richtung größer. Das Stromsystem, das als Nullpunkt der z-Messung genommen wird, liegt in Nuten einer Spanplatte, deren Tiefe nicht genau bekannt ist. Außerdem zeigt die Spanplatte in der Mitte eine ganz leichte Durchbiegung. Als zusätzlicher Fehler in z-Richtung, der aber genauso in x- oder y-Richtung auftreten kann, ist die nur auf ± 1 mm genaue Lage des Mittelpunktes der Sonde, da sie in Gießharz eingegossen wurde und Einzelheiten der Spule nicht mehr mit Sicherheit zu erkennen sind. Dieser Fehler kann bei der Angabe der Lage eines Profils wichtig sein. Weitere Fehlerquellen der z-Messung können die Halterung der Sondenführungen sein (± 2 mm) und die nicht immer parallele Lage der Aluminiumplatte oder der Aluminiumbleche, verursacht durch verzogene Unterlagehölzer (± 2 mm), so daß der Fehler in der z-Messung bis zu ± 5 mm betragen kann. Dies könnte beim Vergleich berechneter und gemessener Magnetfelder (s. Abb.3.15) oder bei Unsymmetrien symmetrischer Modelle von Bedeutung sein.

4.2 Fehler des induzierenden Feldes

Da das ganze Meßverfahren nur auf einer Relativmessung beruht, ist die Kenntnis absoluter Größen nicht wichtig. Entscheidend ist aber die Konstanz der Frequenz und des Stromes. Zur Vermeidung von Umschaltfehlern wurde darauf geachtet, den Meßbereich

des Strommessers voll auszunutzen, ohne umschalten zu müssen. Innerhalb eines Strombereiches ist der Fehler des Verhältnisses zweier Stromstärken an eng benachbarten Punkten sehr klein. Dagegen ist die Stromschwankung, die vom Verstärker geliefert wird, durchaus meßbar, sie beträgt je nach Meßbereich 1 bis 2%.

Alle Magnetfeldmessungen werden auf das bekannte Feld der Helmholtzspule bezogen, deren Geometrie ganz wesentlich in die Berechnung des Magnetfeldes eingeht. Abweichungen von den in Abschn.3.4 angegebenen Maßen um ± 1 mm bewirken bereits eine Änderung des erzeugten Magnetfeldes um 2%, was als systematischer Fehler in alle Messungen eingeht. Inwieweit die Lage des Schwerpunktes der Ströme in der Helmholtzspule von dem angegebenen abweicht, konnte nicht nachgeprüft werden. Es wird deshalb angenommen, daß die Beziehung zwischen Strom und Magnetfeld (Gl. 3.37) auch experimentell erfüllt ist.

4.3 Geometrische Fehler bei der Sonde

4.3.1 Positionsbestimmung der Sonde

Die Position der Sonde in x-Richtung wird von einem Potentiometer angegeben, das durch die Antriebsschnur des Sondenwagens mitbewegt wird (s. Abschn. 3.3.2). Durch die Elastizität der PVC-Sehne und/oder durch Schlupf auf der PVC-Schnurrolle am Potentiometer bleibt der Schreibstift des xy-Schreibers ein wenig hinter der wahren Position der Sonde zurück, so daß nach einmaligem Hin- und Rücklauf ein Fehler von maximal 1 mm auf dem Papier entsteht. Das entspricht einem Voreilen der Sonde um 5 mm. Die stabilisierte Gleichspannung, mit der das Potentiometer gespeist wird, ist so eingestellt, daß 10 cm am Modell

2 cm auf dem Papier entsprechen. Die Genauigkeit dieser Einstellung ist besser als 0,5%.

4.3.2 "Übersprechen" der Komponenten in der Sonde

Die Nuten im Plexiglaswürfel zur Aufnahme der Sondenspulen (s. Abschn. 3.3.1) sind zwar exakt gefräst, dennoch kann es durch nicht ganz paralleles Wickeln der Spulen zu einer Art "Übersprechen" kommen. Deshalb lassen sich selbst in einem homogenen Magnetfeld die Spannungen der Spulen, deren Achsen senkrecht zum Magnetfeld sind, nicht ganz auf Null bringen, sondern nur auf ein relativ schmales Minimum abgleichen. Das macht sich besonders beim Ausrichten der Sonde im Feld der "Ionosphäre" bemerkbar. Die Sonde wird so einjustiert, daß das Übersprechen ein Minimum wird, und zwar

a) zwischen x und y durch Drehen am Plexiglasrohr, was recht gute Ergebnisse bringt ($y \rightarrow \min.$),
b) zwischen y und z durch Drehen am Hartgeweberohr, auf dem der Wagen läuft, bei dem aber gleichzeitig Positionsänderungen der Sonde in y-Richtung erfolgen. Das läßt diese Justierung zu einer ungenauen oder langwierigen Angelegenheit werden.
c) zwischen x und z läßt sich die Sonde gar nicht justieren. Dies kann sich in einem kleinen Fehler bei den Aufzeichnungen äußern. Besonders dort, wo eine starke x-Komponente herrscht, kann durch das Übersprechen eine Unsymmetrie bei sonst symmetrischen Modellen vorgetäuscht werden. Da aber der Effekt nicht sehr stark ist (Schiefstellung $\approx 2^{\circ}$), wurde er in Kauf genommen.

4.4 Induzierte Sondenspannung

4.4.1 Integrationseffekt

Ein weiterer Fehler, der sich nur an Stellen räumlich nichtlinearer Feldstärkeänderung bemerkbar machen kann, entsteht durch die nichtverschwindende Fläche der Meßspulen, die stets eine Mittelung zwischen den Feldstärkewerten innerhalb dieser Fläche ergibt. Entwickelt man etwa die z-Komponente H_z um den Spulenmittelpunkt als Ursprung in eine Taylorreihe, so erhält man bis zu Gliedern 2.Ordnung:

$$H_z = H_z(0) + \frac{\partial H_z}{\partial x} x + \frac{\partial H_z}{\partial y} y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} y^2 + \frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial y} xy + \ldots \tag{4.1}$$

Die in der Spule (n Windungen) induzierte Spannung U gewinnt man durch Integration von H_z über die als kreisförmig (Radius r) angenommene Spulenfläche F. Es ergibt sich

$$U = \mu_o \omega \, n \int_F H_z(x,y) \, dx \, dy \tag{4.2}$$

$$= \mu_o \omega \, n \left\{ H_z(0) \cdot r^2 \pi + \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} \right) \frac{\pi r^4}{8} \right\} \tag{4.3}$$

$$= \mu_o \omega \, n \, \pi \, r^2 \left\{ H_z(0) - \frac{r^2}{8} \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} \right\} . \tag{4.4}$$

Hier wurde ausgenutzt, daß die in x und y linearen Glieder aus Symmetriegründen keinen Beitrag zum Integral liefern und H_z der Laplacegleichung

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = 0 \tag{4.5}$$

genügt. Das zweite Glied in Gl. (4.4) tritt nur bei nichtverschwindender zweiter Ableitung auf. Im allgemeinen läßt sich der Fehler nur näherungsweise abschätzen, indem man mit mathematischen Kurven die gemessenen Werte approximiert. Nur in Sonderfällen stehen exakte Lösungen zur Verfügung.

Um die Größenordnung dieses Fehlers zu demonstrieren, wird der Zylinder im transversalen Wechselfeld betrachtet, dessen Eigenschaften ausführlich untersucht sind [KERTZ 1960, MEYER 1963, SPITTA 1963]. Der Zylinder habe einen Radius R = 4 cm, der Profilabstand oberhalb der Zylinderachse betrage 4,8 cm. Es wird die Stelle x_o mit der größten 2.Ableitung der z-Komponente H_z in z-Richtung aufgesucht. Nach SPITTA [1963] ist

$$H_z = A \frac{xz}{(x^2 + z^2)^2} , \qquad (4.6)$$

wobei A eine Konstante ist. Die 2.Ableitung nach z lautet dann

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = 12\, A \frac{xz(x^2 - z^2)}{(x^2 + z^2)^4} . \qquad (4.7)$$

Der dem Betrage nach größte Wert der 2.Ableitung liegt bei

$$x_o = z\sqrt{1 - \sqrt{\frac{4}{5}}} \approx 0{,}325\, z \qquad (4.8)$$

In diesem Punkt beträgt die Korrekturgröße $\frac{r^2}{8} \left|\frac{\partial^2 H_z(x_o)}{\partial z^2}\right|$ mit r = 0,38 cm nur 0,7% von $|H_z(x_o)|$.

4.4.2 Fehler beim Abgleich der Induktionsspulen

Wegen der verschiedenen Windungsflächen der Induktionsspulen (s. Abschn. 3.3.1) müssen die induzierten Spannungen der y- und z-Komponente mit einem Netzwerk aus Widerständen auf die Spannungen herabgesetzt werden, die bei gleichem Magnetfeld und ent-

sprechender Orientierung der Sonde in der Spule der x-Komponente induziert worden wäre. Dieser Abgleich wurde experimentell durchgeführt. Da hierbei nur Relativmessungen gemacht werden müssen, ist die absolute Genauigkeit des Meßinstruments nicht von Bedeutung. Einschließlich der Orientierungsfehler ist die Abweichung zwischen zwei Komponenten sicher kleiner als 1%.

Ebenfalls ist die genaue Kenntnis des Verstärkungsfaktors der Verstärker nicht wichtig, solange er während des Ausmessens einer Kurve konstant bleibt. Der größte Amplitudenfehler kann durch die ungenaue Kenntnis des Magnetfeldes der Helmholtzspule entstehen, auf das alle Magnetfeldmessungen bezogen werden. Darauf ist in Abschn. 4.2 bereits hingewiesen worden.

4.4.3 Fehler des Phasenmessers

Der Phasenmesser sollte die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen amplituden- und frequenzunabhängig anzeigen. Dieses Ziel ist nicht ganz erreicht worden. Die Phase wird von den Amplituden der Eingangssignale zwar nicht sehr stark, aber doch meßbar beeinflußt. Die Ursache dafür liegt einmal an der nicht in allen Punkten gleichen Durchlaßcharakteristik der Gegenkopplungsdioden (s. Abschn. 3.3.4), zum anderen an kleinen aber nicht verschwindenden Offsetspannungen am Ausgang, die das Gleichgewicht der beiden Dioden in eine Richtung verschieben. Das bewirkt eine Verschiebung des Nullpunktes der gekappten Sinusspannung, die um so größer wird, je kleiner die Amplitude der Eingangsspannung ist. Da die Lage des Nullpunktes der Referenzspannung erhalten bleibt, wird eine Phasenverschiebung bei kleiner werdender Amplitude vorgetäuscht. Das macht sich besonders in der Umgebung von Nulldurchgängen der Amplitude bemerkbar, wo ein mehr oder weniger starkes Verschmieren der

Phasenübergänge stattfindet. Von der Theorie wird ein scharfer Phasensprung gefordert (s. Abb.5.3).

Ein weiterer Fehler kommt durch die Frequenzabhängigkeit des Phasenmessers herein. Bei sehr kleinen Frequenzen ($f < 50$ Hz) hat die induzierte Spannung in der Sonde keinen ausreichenden Störabstand mehr von den eingestreuten Brummspannungen, die eine Frequenz von 50 Hz oder Vielfachen davon haben. Sogar Subharmonische machen sich störend bemerkbar. Es ist deshalb erforderlich, nur solche Meßfrequenzen auszuwählen, deren Schwebung mit der Brummspannung die mechanische Eigenfrequenz des Schreibstiftes übersteigt und damit noch einen einigermaßen sauberen Schrieb ermöglicht. Deshalb sind Frequenzen von 50, 100, 150 und 200 Hz als Meßfrequenzen nicht brauchbar, es wurden dafür 42, 215 und 1000 Hz gewählt, die die Kriterien noch erfüllen.

Oberhalb von 10 kHz macht sich die Frequenzabhängigkeit des Verstärkungsfaktors der Rechenverstärker störend bemerkbar. Zerlegt man die von den Dioden erzeugte Rechteckspannung nach Fourier, so erhält man eine Summe aus den ungeraden Sinusgliedern, deren Kreisfrequenzen wie $(2n - 1)\omega$, $n = 1,2, \ldots$ aufgebaut sind [WAGNER, 1947]. Ab 100 kHz vermindert sich der Verstärkungsfaktor (bei 400 kHz um 20 db/Dekade), so daß nicht alle Harmonischen gleichmäßig übertragen werden. Experimentell wirkt es sich so aus, daß die Ecken abgerundet werden und sich die Anstiegs- und Abfallzeiten vergrößern. Speziell bei kleinen Phasendifferenzen kann die angezeigte Phase erheblich kleiner sein als die wirklich gemessene. Bei langsamer Vergrößerung der Phase springt die Anzeige plötzlich auf den richtigen Wert.

Der Phasenumschalter ist natürlich von den Spannungen abhängig, die ihm zum weiteren Verarbeiten angeboten werden. Zu kleine Eingangsspannungen veranlassen ihn zu weiteren Fehlern, die sich mit den Vorhandenen zu einer Art Hysterese summieren können,

die besonders in der Umgebung von 180° auftritt. Weitere Fehlermöglichkeiten sind die beiden Pegeleinsteller für positive und negative Signale, die nicht unabhängig voneinander sind. Es wurde angestrebt, möglichst gleiche Beträge der Amplituden für positive und negative Phasen zu erzielen und den Ausschlag des Schreibers durch Einstellen des Verstärkungsfaktors des Rechenverstärkers auf 20°/cm festzulegen.

Eine Frequenzkurve, die die Fehler des Phasenmessers widerspiegelt, zeigt Abb.4.1. Hier ist die Helmholtzspule (s.Abschn.3.4) benutzt worden, um ein möglichst homogenes Magnetfeld zu erzeugen. Die Ausgangsspannung der darin befindlichen Sonde wurde nach Reduktion und Verstärkung einmal einem Meßinstrument zugeführt, um sie durch Regeln des induzierenden Stromes I_H konstant zu halten, zum anderen dem Phasenmesser eingespeist, der die Phasendifferenz zu dem Bezugssignal U_{Ref} auf dem xy-Schreiber aufschrieb. Es wurden drei Ausgangsspannungen (= Eingangsspannungen des Phasenmessers) von 5 V, 0,5 V und 0,1 V ausgewählt. Dabei wurde darauf geachtet, daß die Bezugsspannung in allen drei Fällen die gleiche Größe hatte und nicht zu klein wurde. Sie entsteht als Spannungsabfall des induzierenden Stromes an einem 1 Ω-Widerstand und ist ebenfalls in Abb.4.1 angegeben. Die Ausgangsspannungen von 0,5 V bzw. 0,1 V wurden durch Drehen der Sonde eingestellt, da durch das Drehen eine Verminderung der wirksamen Windungsfläche der y-Spule erreicht werden kann. Unterhalb von 60 Hz war eine Ausgangsspannung von 5 V nicht mehr zu erreichen. Auch die beiden anderen Kurven zeigen dort einen Knick, wahrscheinlich wegen der Änderung der Bezugsspannungsgröße, die in diesem Bereich nicht mehr notiert wurde.

Der Vergleich der drei Kurven zeigt, daß im Frequenzbereich von 20 Hz bis 1 kHz die Verminderung der Eingangsspannung des Phasenmessers von 5 V auf 0,5 V (Faktor 10) einen maximalen Fehler von 2° bringt, die Verminderung von 5 V auf 0,1 V (Faktor 50) einen maximalen Fehler von 10°, immer in Richtung negativer

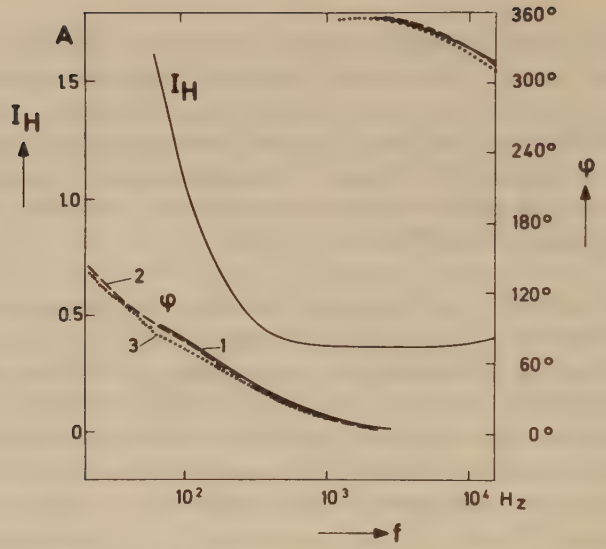

Abb.4.1: Abhängigkeit der angezeigten Phasen von den Eingangsspannungen des Phasenmessers. Die Kurve 1 wurde bei einer Eingangsspannung des Phasenmessers von 5 V, die Kurve 2 bei 0,5 V und die Kurve 3 bei 0,1 V aufgenommen. Zusätzlich ist die Frequenzkurve der Bezugsspannung U_{Ref} angegeben, die an einem 1 Ω-Widerstand am Stromkreis der Eichspule abgegriffen wird. Die Eichspule liefert das induzierende Magnetfeld.

Phasen. Offensichtlich ist auch der Phasenumschalter amplitudenabhängig: Der Übergang von 0° auf 360° erfolgt um so früher, je kleiner die Amplitude des Eingangssignals ist. Da die Aufzeichnung modulo 360° erfolgt, kann die oben gezeichnete Kurve von 1 kHz bis 15 kHz unterhalb von 0° wiederholt werden. Dabei zeigt sich, daß in der Umgebung des Umschaltpunktes eine ausgeprägte Hysterese besteht. Es wurde schon darauf hingewiesen,

daß bei höheren Frequenzen auch eine Hysterese bei 180° auftreten kann.

Im übrigen ist eine gute Übereinstimmung zwischen der Phasenkurve Abb.3.10 und der jetzigen Kurve für höhere Spannungen im Frequenzbereich von 20 Hz bis 2 kHz festzustellen, wenn man für den Induktionsvorgang eine Phasenverschiebung von -90° berücksichtigt.

5. Meßergebnisse

5.1 Aluminiumplatte

Die Interpretation der in der Natur gemessenen Magnetfelder gelingt häufig erst nach Annahme einer gut leitenden Schicht im tieferen Untergrund [WINTER, 1973; STEVELING, 1973]. Diese Schicht befindet sich im oberen Mantel, die Oberkante ist in einem Tiefenbereich von etwa 165 km [STEVELING, 1973] bis 360 km [RIKITAKE, 1966]. Ihr Einfluß soll zunächst untersucht werden.

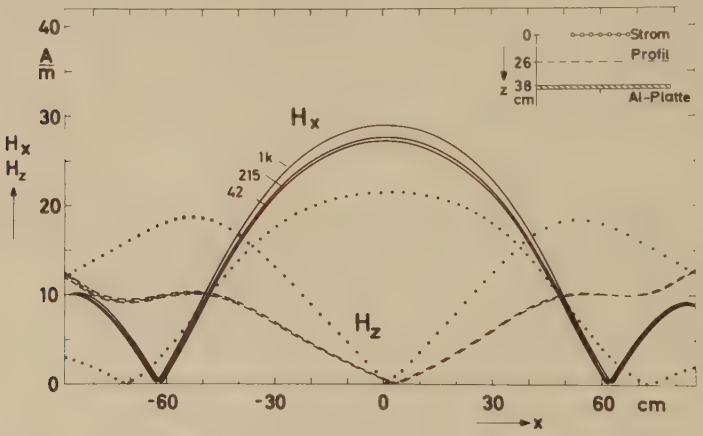

Abb.5.1: Magnetfeldkomponenten H_x und H_z eines 1 m breiten Flächenstromes (Strom in y-Richtung, Stromdichte 100 A/m) mit den Frequenzen 42 Hz, 215 Hz und 1 kHz, gemessen auf einem Profil 26 cm unter dem Stromsystem über einer Aluminiumplatte, die 38 cm unter dem Stromsystem liegt. Die Platte hat einen spez. Widerstand von $2{,}82 \cdot 10^{-8}$ Ωm und eine Dicke von 2 cm. Zum Vergleich sind die Magnetfeldkomponenten ohne Platte für 1 kHz als gepunktete Kurven dazugezeichnet worden.

Der gut leitende Erdmantel wird im Modell durch eine Aluminiumplatte mit den Abmessungen 174 cm x 157 cm x 2 cm dargestellt, ihr spez. Widerstand beträgt $2{,}82 \cdot 10^{-8}$ Ωm (s. Tab. 3.4). Die Aluminiumplatte liegt 38 cm unter dem Stromsystem, das ein Abbild der Ströme in der Ionosphäre darstellt. Die Stromrichtung ist wie bei Abb.3.15 die y-Richtung. Ebenfalls nicht geändert wurden die Lage des Profils und die Geometrie und Intensität des induzierenden Magnetfeldes. Vergleicht man in Abb.5.1 die Magnetfeldregistrierungen mit und ohne Platte, so zeigt sich, daß durch die Anwesenheit der Platte die Horizontalkomponente H_x verstärkt, die Vertikalkomponente H_z dagegen geschwächt wird. Zum Vergleich sind die gemessenen Kurven für die Frequenz 1 kHz ohne Platte als gepunktete Kurve dazugezeichnet worden.

Dieses Modell ist nun bei etwas vergrößertem Abstand vom Stromsystem (z = 76 cm) in allen drei Komponenten H_x, H_y und H_z flächenhaft vermessen worden, um die räumliche Verteilung des Magnetfeldes zu untersuchen. Die Stromrichtung ist wieder die y-Richtung, die Stromdichte 100 A/m. 13 Profile liegen im Abstand von 12,5 cm parallel zur x-Achse, 66 cm unter dem Stromsystem. Der Koordinatenursprung in x und y fällt mit dem Mittelpunkt der Aluminiumplatte zusammen. Es wurde in Abb.5.2 eine quasi-perspektivische Darstellung der Magnetfeldkomponenten gewählt, die die Darstellung aller Profile bei gleichem Maßstab erlaubt, ohne daß sich die Kurven zu häufig überschneiden, und die die Meßergebnisse anschaulich macht, ohne die Auswertbarkeit einzelner Kurven zu beeinträchtigen.

Die Struktur des Magnetfeldes wird von der Geometrie des induzierenden Feldes bestimmt, aber modifiziert durch die Induktion in der dicken Aluminiumplatte: Die induzierten Ströme in der Plattenmitte fließen in der Gegenrichtung zu den induzierenden Strömen. Das führt dazu, daß die Horizontalkomponente H_x verstärkt, die Vertikalkomponente H_z geschwächt wird. Die Rück-

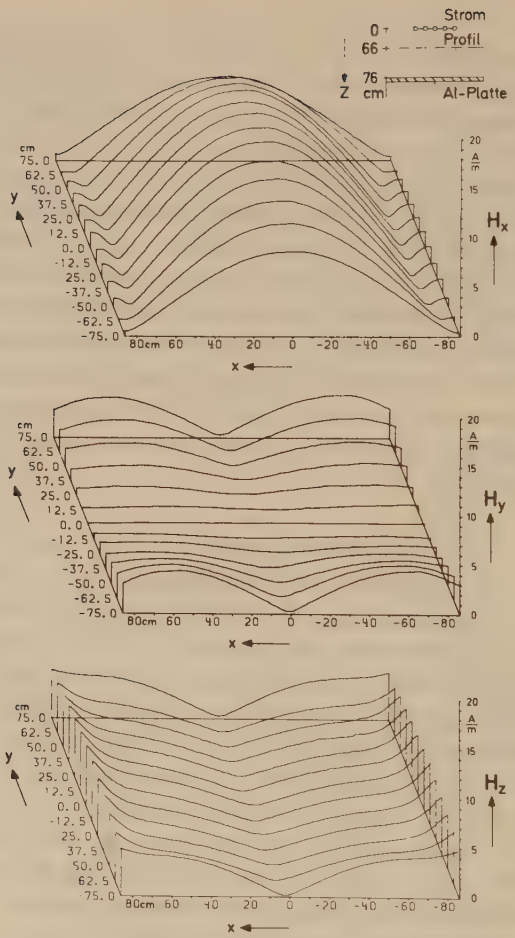

Abb.5.2: Amplituden der Komponenten H_x, H_y und H_z über der Aluminiumplatte in quasiperspektivischer Darstellung. Die Frequenz ist 215 Hz, die Entfernungen von Profil und Platte vom induzierenden Stromsystem betragen 66 cm bzw. 76 cm.

ströme, die ebenfalls an ihren Magnetfeldern zu erkennen sind, müssen links und rechts an den Plattenrändern in gleicher Richtung wie die induzierenden Ströme fließen. In H_y ist hauptsächlich die Geometrie des induzierenden Feldes zu erkennen mit den Nullstellen bei x = 0 und y = 0, die jeweils einen Vorzeichenwechsel angeben.

Amplitudendarstellungen können nichts über das Vorzeichen und die Phasenlage gegenüber dem induzierenden Feld aussagen, deshalb ist stets eine Phasendarstellung zur vollständigen Information notwendig. In Abb.5.3 sind die Phasen ϕ_x, ϕ_y und ϕ_z aufgetragen, die zu den entsprechenden Amplituden H_x, H_y und H_z gehören. Die Phase ϕ_x der x-Komponente beträgt 3° bis auf die Ränder links und rechts, wo sich bereits der Rand der Platte auszuwirken beginnt. Dort ist die Richtung der induzierten Ströme die +y-Richtung, was sich in der Phase durch einen Sprung um 180° bemerkbar macht. ϕ_y hat in zwei Quadranten eine Phase von 190°, in den anderen Quadranten eine Phase von 356°, hauptsächlich bedingt durch die Geometrie des induzierenden Feldes. Dazwischen sind die Übergänge aufgrund der zu kleinen Amplituden fließend (s. auch Abschn.4.4.3). ϕ_z zeigt nur Phasen von 182° bzw. 356° mit Übergängen bei x = 0.

Zum Vergleich mit der Theorie wird wieder ein idealisierter Untergrund herangezogen. Dazu wird die Aluminiumplatte durch eine Platte idealer Leitfähigkeit ersetzt, die in x- und y-Richtung unendlich ausgedehnt ist. Dann setzt sich das Magnetfeld darüber aus dem induzierenden Feld und aus dem induzierten, an der Leiteroberfläche gespiegelten Feld zusammen. Beide Felder lassen sich nach Abschn.2.2 berechnen.

Der Vergleich in Abb.5.4 zeigt, daß in diesem einfachen Falle schon schwerwiegende Unterschiede bestehen, die zum großen Teil auf die Begrenzung der Leiterplatte zurückzuführen sind. In der Theorie schließen sich die Ströme erst im Unendlichen,

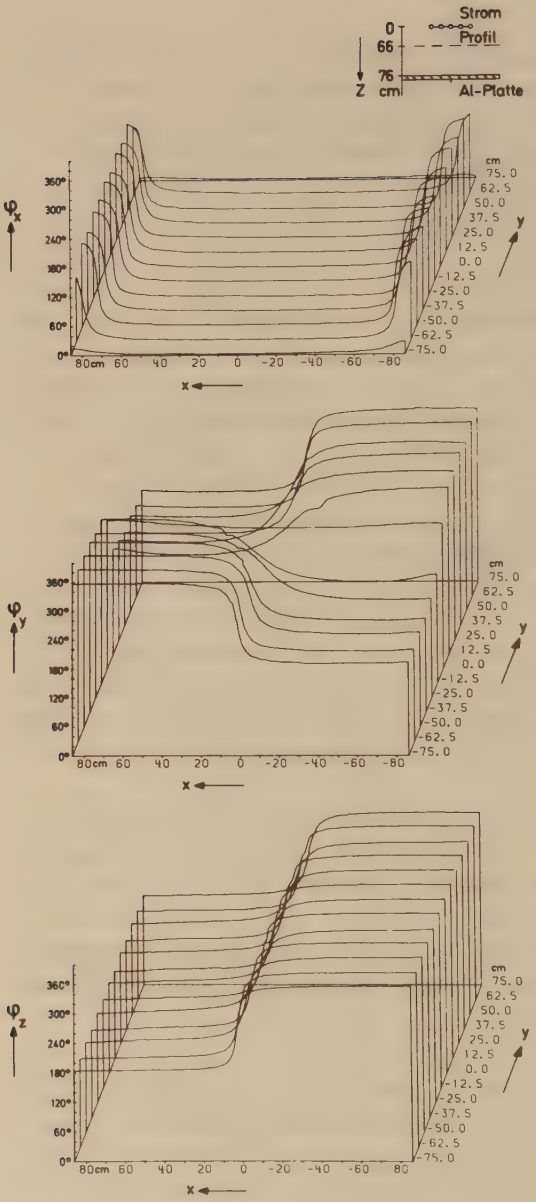

Abb.5.3:

Phasenkurven ϕ_x, ϕ_y und ϕ_z für das gleiche Modell wie in Abb.5.2.

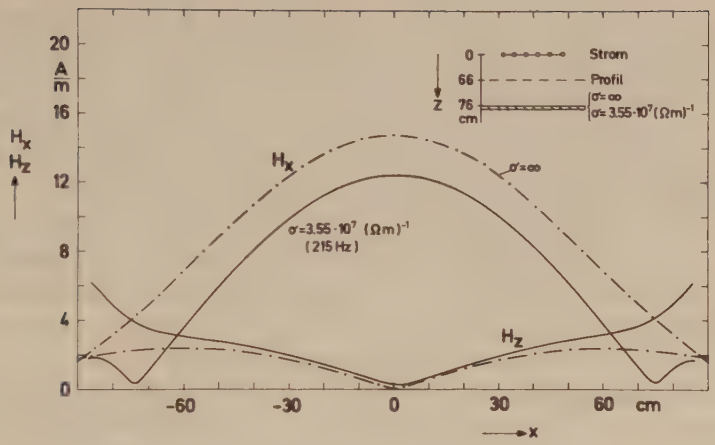

Abb.5.4: Vergleich gemessener und berechneter Magnetfeldkomponenten H_x und H_z. Die Messung erfolgte bei y = 0 auf einem Profil 66 cm unter dem Stromsystem 10 cm oberhalb der Aluminiumplatte (s.Abb.5.2). Die Platte ist 174 cm lang, 157 cm breit und 2 cm dick. Ihre Leitfähigkeit beträgt $\sigma = 3{,}55 \cdot 10^7\ (\Omega m)^{-1}$. Für die Berechnung wird sie durch einen Halbraum mit idealer Leitfähigkeit ersetzt und das Magnetfeld am Ort des Profils berechnet.

in der Aluminiumplatte dagegen müssen sie sich im Endlichen schließen. Die Rückströme an den Rändern der Platte führen bei x = ±75 cm zu einer Kompensation der äußeren H_x-Komponente. Bedingt durch die kleine Entfernung der Rückströme ergeben sich überall kleinere Werte der Amplituden, als von der Theorie gefordert wird (etwa 14% bei H_x in der Plattenmitte).

Die nur endliche Leitfähigkeit der Platte ($3{,}55 \cdot 10^7$ $(\Omega m)^{-1}$) hat keinen Einfluß, wie eine Abschätzung nach POLLACZEK [1926] zeigt. POLLACZEK behandelt einen wechselstromdurchflossenen unendlichen langen Draht parallel zu einem unendlich ausgedehnten Leiter endlicher Leitfähigkeit. Für Abstände groß gegen die Eindringtiefe der Felder in den Leiter erhält er eine Näherungsformel für das elektrische Feld $\underline{E}$, die man nach Gl. (2.1) auf das hier interessierende Magnetfeld $\underline{H}$ umrechnen kann. Da der Flächenstrom auch als Summe von Linienströmen betrachtet werden kann, ist der Formalismus hier zur Abschätzung der Größenordnung anwendbar. Ist ζ der (senkrechte) Abstand des Drahtes von der Leiteroberfläche, der sich bei $x = z = 0$ in y-Richtung erstreckt (Abb.5.5), z_o der Abstand des Beobachtungspunktes P unterhalb des Drahtes, I der Strom durch den Draht, p die Eindringtiefe nach Gl. (3.38), so gilt nach POLLACZEK

$$H_x \approx \frac{I}{2\pi}\left[\frac{1}{z_o}+\frac{1}{2\zeta-z_o}+\frac{p}{(2\zeta-z_o)^2}-\frac{2ip^2}{(2\zeta-z_o)^3}\right], \quad \frac{p}{2\zeta-z_o}<<1 \qquad (5.1)$$

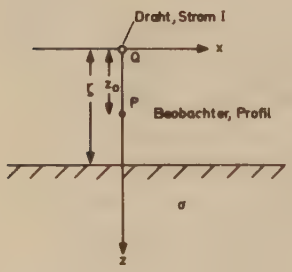

Abb.5.5: Prinzipskizze zur Abschätzung des Einflusses einer endlichen Leitfähigkeit des Halbraumes auf das Magnetfeld

Hierbei sind die ersten beiden Glieder der Beitrag zum Magnetfeld im Punkte P vom Draht selber und vom im Leiter (der als ideal leitend gedacht wird) gespiegelten Draht. Die beiden anderen Glieder sind Korrekturglieder, die den Einfluß der endlichen Leitfähigkeit σ widergeben. Das erste Korrekturglied ist in Phase, das zweite 90° phasenverschoben zum induzierenden

Strom I. Mit der Eindringtiefe p = 0,58 cm nach Tab.3.4 und den Maßen ζ = 76 cm und z_o = 66 cm ergibt sich, daß der Beitrag des ersten Korrekturgliedes, bezogen auf den ideal leitenden Fall, lediglich 0,3% beträgt, und der des phasenverschobenen Gliedes nur $3{,}9 \cdot 10^{-5}$. Diese Verhältnisse werden sich auch nicht ändern, wenn statt eines Linienstromes ein Flächenstrom betrachtet wird (vgl. auch Berechnungen für geschichteten Halbraum und senkrechten Einfall einer elektromagnetischen Welle von DOSSO [1965] und WARD [1971].

5.2 Kanteneffekt

5.2.1 Halbplattenanomalie

Oberflächennahe großräumige laterale Leitfähigkeitsunterschiede, wie sie z.B. an der Küste auftreten, sollen im nächsten Modell dargestellt werden. Meerwasser hat einen durchschnittlichen spez. Widerstand von 0,25 Ωm, das Land etwa 10^3 bis 10^4 Ωm [KERTZ, 1969]. Ein Profil quer zu einer solchen Küste hat SCHMUCKER [1964] vermessen. Ähnliche Verhältnisse können auch an der Grenze Sedimentbecken - Grundgebirge auftreten, wenn auch die Leitfähigkeitsunterschiede kleiner sind [STEVELING, 1973].

Wie schon in Abschn.3.6 erwähnt wurde, ist eine naturgetreue Nachbildung der Leitfähigkeitsverhältnisse schwierig herzustellen, zumal Graphit - nach Metallen nächstbester Leiter (vgl. Abb.3.16) - kaum einen merklichen Induktionseffekt gebracht hat. Deshalb wurde der "schlechte" Leiter durch Luft ersetzt. Als guter Leiter wurde ein Aluminiumblech mit einer Blechstärke von 1 mm und mit den Abmessungen 180 cm x 100 cm verwendet. Es wurde in 9 cm Abstand über die Aluminiumplatte

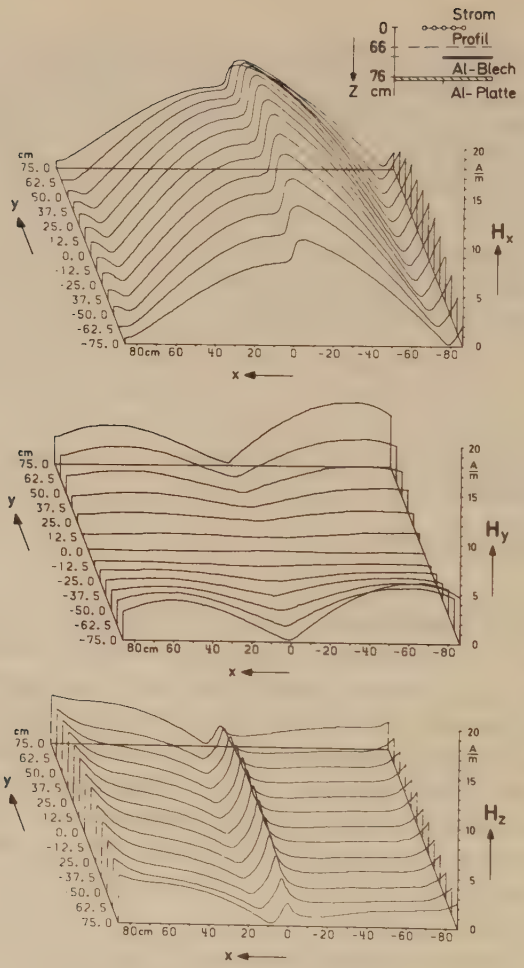

Abb.5.6: Amplituden der Magnetfeldkomponenten H_x, H_y und H_z der Halbplattenanomalie. Die Versuchsanordnung von Abb.5.2 wird durch ein in 9 cm Abstand über die Aluminiumplatte gelegtes Aluminiumblech ergänzt, das sich von x = 0 bis x = -100 cm erstreckt.

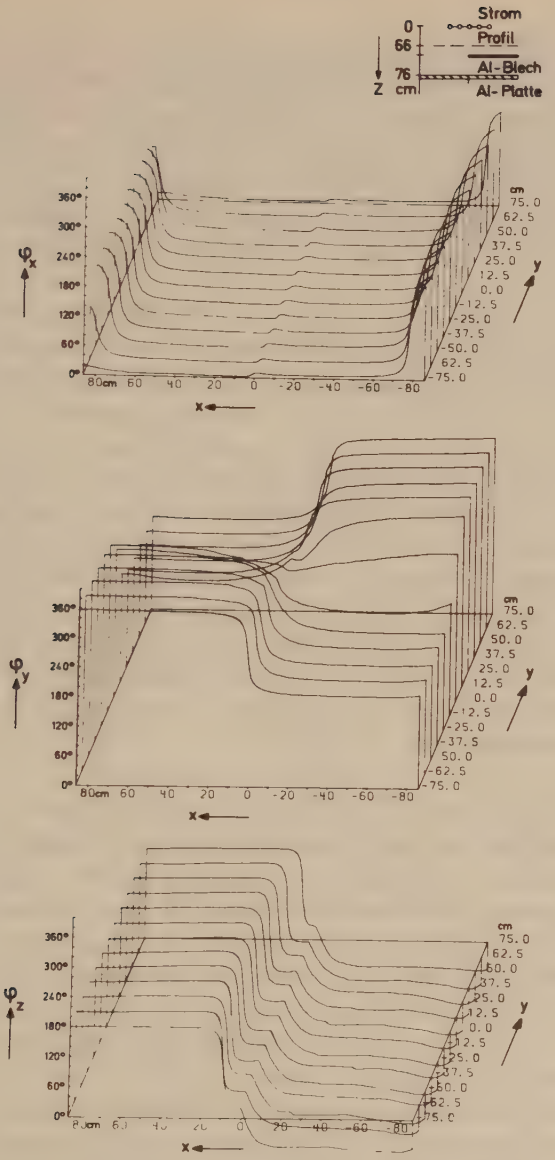

Abb.5.7: Phasenkurven ϕ_x, ϕ_y und ϕ_z der Halbplatten-anomalie (s. Abb.5.6)

gelegt, ohne daß eine leitende Verbindung damit hergestellt worden wäre, und so ausgerichtet, daß eine Blechkante mit der Linie x = 0 zusammenfällt und die Hälfte der Aluminiumplatte bedeckt. Bei einem spez. Widerstand des Bleches von $4{,}5 \cdot 10^{-8} \Omega m$ (s. Abschn.3.6) und einer benutzten Frequenz von 215 Hz ist die Blechdicke klein gegen die Eindringtiefe (s. Tab.3.4), so daß das Blech als "dünne Schicht" angesehen werden kann.

Das Ergebnis der Messungen zeigen Abb.5.6 (Amplituden) und Abb.5.7 (Phasen). Links liegt das Land, rechts das Meer. Die Amplituden von H_x sind aufgrund der im Blech induzierten Ströme über dem Meer angewachsen. Über dem Land sind die Amplituden leicht auf Werte unter Normal abgesenkt. Bei H_y ergibt sich nur eine leichte Amplitudenerhöhung über dem Blech, über dem Land ist keine Veränderung festzustellen. H_z ist über dem Blech deutlich kleiner, über dem Land nimmt es relativ rasch wieder ungestörte Werte an. In H_x und H_z macht sich ein deutlicher Kanteneffekt bemerkbar: Bei H_x ist ein steiler Anstieg der Amplituden festzustellen, wenn man vom Land kommt (die Küste ist ungefähr auf der Hälfte des Anstiegs erreicht), bei H_z besteht ein scharfes Maximum direkt an der Küste. Bei H_y ist kein Kanteneffekt zu beobachten.

Die dazugehörigen Phasen zeigt Abb.5.7. In der Phase ϕ_x macht sich die Phase der im Blech induzierten Ströme hauptsächlich an der Kante bei x = 0 durch eine Erhöhung um 8° und durch ein um etwa 3° angehobenes Niveau oberhalb des Bleches bemerkbar. Den stärksten Einfluß hat das Blech auf die Phase ϕ_z. In größerer Entfernung vom Blech (x > 20 cm) bleibt die Phase ungestört bei $\phi_z = 180^\circ$, dann beginnt sie unter dem Einfluß der Ströme im Blech abzufallen, bis sie bei x = 0 die Phasenlage der induzierten Ströme angibt, dort ist ϕ_z etwa 25° (über die Nullpunktsverschiebung der x-Skala vgl. Abschn.4.3.2). Über dem Blech (x < -20 cm) überlagern sich wieder induzierendes und induziertes Magnetfeld, die Phase erreicht hier ein neues Plateau von etwa -55°.

Man sieht also deutlich, daß überall da, wo in Feldrichtung ein Gradient der Leitfähigkeit auftritt, auch ein Kanteneffekt sichtbar wird, wie hier z.B. in H_x. Hier spricht man auch von E-Polarisation: das elektrische Normalfeld ist parallel zur Streichrichtung der Anomalie [SCHMUCKER und JANKOWSKI, 1972]. Umgekehrt spricht man von H-Polarisation, wenn das magnetische Feld parallel zur Streichrichtung ist, d.h. wenn die Leitfähigkeit in Feldrichtung konstant ist, wie hier bei H_y. Legt man das Blech nun so, daß seine Kante statt in x- in y-Richtung verläuft, dann sollten sich die Polarisationsrichtungen vertauschen: H_x in H-Polarisation, H_y in E-Polarisation.

Das ist in einem weiteren Experiment durchgeführt worden. Dabei ist auch die Profilrichtung um 90° gedreht worden (y-Profil), da die Änderungen des Magnetfeldes hauptsächlich senkrecht zur Kante beobachtet werden, während Änderungen des Feldes in Richtung der Kante relativ langsam erfolgen. Die Ergebnisse sind in Abb.5.8 und 5.9 dargestellt. Das Blech liegt in der positiven y-Hälfte (von y = 0 bis y = 100 cm), seine Länge ist 180 cm, die Blechstärke 1 mm. Wie oben schon erwähnt wurde, zeigt jetzt H_x bis auf eine leichte Erhöhung über dem Blech in den Amplituden keine wesentlich andere Struktur als bei der unbedeckten Aluminiumplatte (Abb.5.2); es ist kein Kanteneffekt bemerkbar. Dieser tritt dafür um so stärker in H_y in der Umgebung der Kante bei x = 0 auf, während die anderen Amplitudenwerte von H_y offenbar nicht geändert werden. Berücksichtigt man die andere Feldgeometrie des induzierenden Feldes in Bezug auf das Blech, so zeigt H_z das gleiche Verhalten wie in Abb.5.6. Auch hier tritt ein Kanteneffekt auf, die Amplitude ist über dem Blech geringer.

Abb.5.9 zeigt die Phasen. Die Phase ϕ_x ist einheitlich 0°, bis auf die beiden äußersten Profile bei x = ± 75 cm, wo sich bereits die Rückströme der induzierten Ströme im Blech bemerkbar

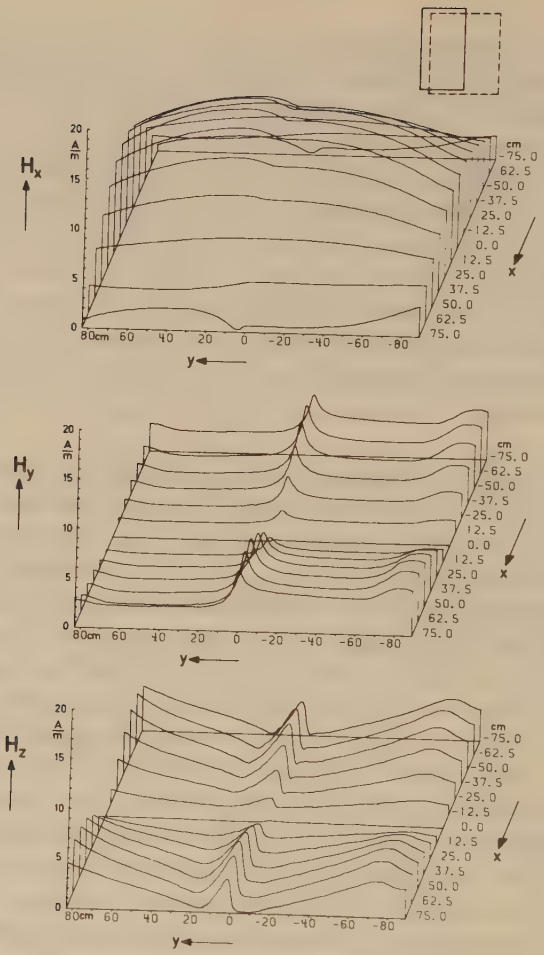

Abb.5.8: Amplituden H_x, H_y und H_z einer Halbplattenanomalie in H-Polarisation. Das Blech liegt in der positiven y-Hälfte (von y = 0 bis y = 100 cm), der Abstand zur Aluminiumplatte ist 9 cm.

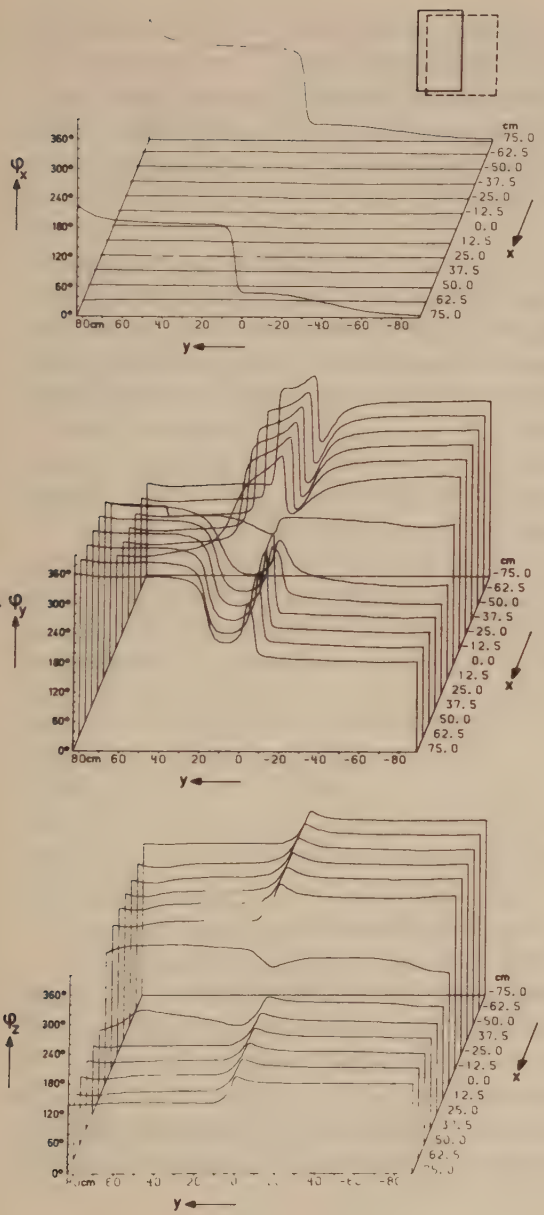

Abb.5.9:

Phasenkurven ϕ_x, ϕ_y und ϕ_z der Halbplatten-anomalie in H-Polarisation (s.Abb.5.8)

machen, die an den Blechenden in der Umgebung von x = ± 75 cm in positiver y-Richtung zurückfließen. Bei ϕ_z ist die Struktur ganz ähnlich wie bei den dazugehörigen Amplituden H_z: Ein Maximum der Phase an der Kante und ein niedrigeres Plateau über dem Blech. Bedingt durch die Geometrie des induzierenden Feldes springt die Phase bei x = 0 um 180°.

Den unübersichtlichsten Verlauf hat die Phase in der y-Komponente. Schon die Geometrie des induzierenden Feldes ist komplizierter: in zwei Quadranten hat die Phase 0°, in den anderen 180°. Dazu kommt ein starker Kanteneffekt (E-Polarisation für H_y) aufgrund induzierter Ströme, die in der Nähe der Kante fließen, und zwar in +x-Richtung in der positiven x-Hälfte und in -x-Richtung für x < 0. Dabei erreicht die Phase bei x > 0 nach anfänglichem Anstieg ein neues Minimum von etwa 220° und steigt dann auf ihren Endwert von 360°, den sie bei y = 30 cm etwa erreicht. Bei x < 0 fällt die Phase von 360° bis zu einem Minimum direkt vor der Kante und steigt dann sehr schnell bis auf einen Wert von 406° an, von wo sie zuerst langsam, dann schnell auf 180° abfällt. Diesen Wert erreicht sie etwa bei y = 30 cm.

5.2.2 Winkelanomalie

Kompliziertere Küstenverläufe, wie sie z.B. in Südwestaustralien auftreten, könnten nicht mehr durch zweidimensionale Modellrechnungen behandelt werden. Zur Zeit ist man zur Deutung von den schon vorliegenden Messungen auf Modellversuche angewiesen. Geographisch liegen vor der Süd- und Westküste Australiens, die sich etwa im rechten Winkel schneiden, ausgedehnte Wasserflächen, deren Wassertiefe etwa 3 bis 4 km beträgt. Es soll versucht werden, diese Küstenanomalie, die von EVERETT und HYNDMAN [1967] in Australien vermessen worden sind, als Modell nachzubilden.

Als Modell wird der Ozean durch zwei Bleche dargestellt, die im rechten Winkel übereinandergelegt sind und so eine Winkelanomalie bilden. Der Abstand zur darunterliegenden Aluminiumplatte ist wieder 9 cm. Es dürfen aber keineswegs die Effekte der beiden schon behandelten Anomalien einfach addiert werden, um die richtigen Effekte der Winkelanomalie zu erhalten. Wenn auch die beiden Bleche nur magnetisch, wegen des großen Übergangswiderstandes nicht aber elektrisch gekoppelt sind, so ist die Beeinflussung der induzierten Ströme so groß, daß zwar Strukturen von beiden Halbplatten wiederzufinden sind, daß aber das Gesamtbild anders geworden ist. Das ist noch deutlicher bei den Strombildern zu sehen, die in Abschn.6.3.2 gebracht werden.

Oft ist es nützlich, die Ergebnisse von schon bekannten Anomalien mit den Meßwerten der neuen, komplizierteren Anomalie zu vergleichen. Eignen sich die Abbildungen mit der flächenhaften Darstellung von Amplitude und Phase zum Verfolgen einzelner Linien, wie z.B. die der Kanteneffekte, über die gesamte Anomalie hinweg, so sind einzelne zusammengezeichnete Profile beider Anomalien besser geeignet für das Ausmessen und Anschaulichmachen der Unterschiede der beiden Anomalien. In Abb.5.10 sind die Amplituden, in Abb.5.11 die Phasen der Winkelanomalie dargestellt. Abb.5.12 und 5.13 zeigen einige ausgewählte Profile daraus, verglichen mit den entsprechenden Profilen der ersten Halbplattenanomalie, jeweils in Amplitude und Phase.

In den Amplituden in Abb.5.10 sieht man deutlich die Wirkung der beiden Kanten: bei H_x tritt ein Kanteneffekt längs der Linie $x = 0$ auf, der die gleiche Maximalamplitude wie die Halbplattenanomalie allein (Abb.5.6) liefert (vgl. Abb.5.12). Zusätzlich tritt eine leichte Vergrößerung der Amplitudenwerte bei $x > 0$, $y > 0$ ein. Dies war auch schon bei der um 90° gedrehten zweiten Halbplattenanomalie zu bemerken (Abb.5.8).

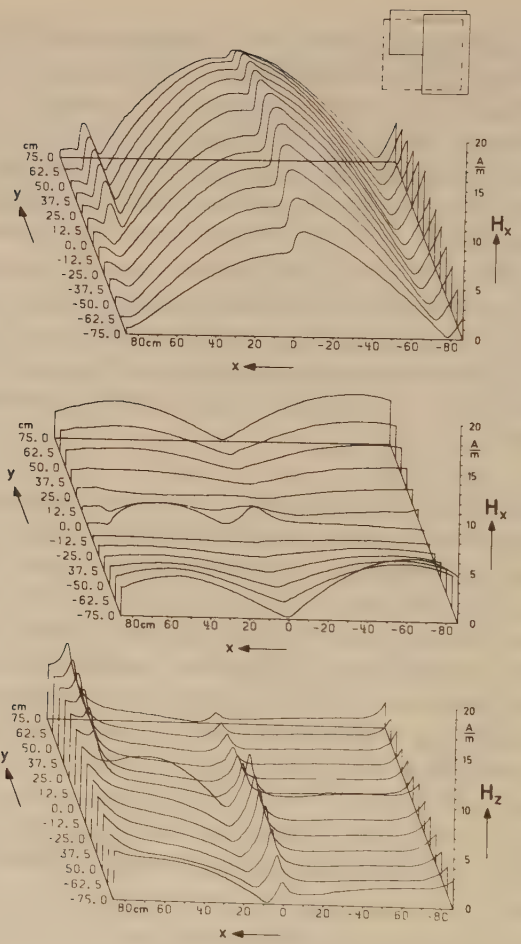

Abb.5.10: Amplituden H_x, H_y und H_z einer Winkelanomalie. Zwei Bleche liegen im rechten Winkel zueinander in der negativen x-Hälfte (x = 0 bis x = -100 cm) bzw. positiven y-Hälfte (y = 0 bis y = +100 cm), 9 cm über der Aluminiumplatte.

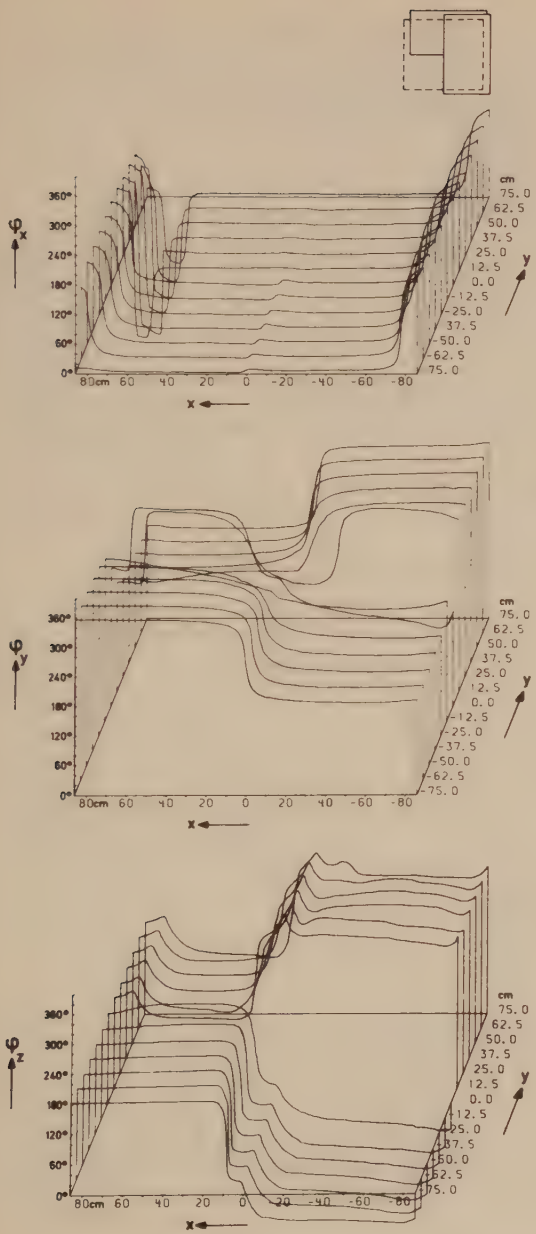

Abb.5.11:

Phasenkurven ϕ_x, ϕ_y und ϕ_z der Winkelanomalie (s. Abb.5.10)

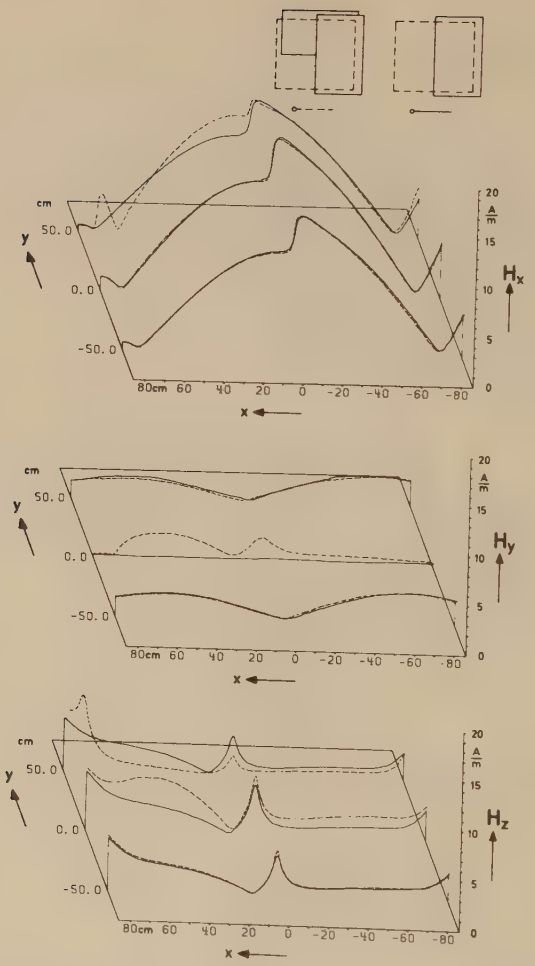

Abb.5.12: Gegenüberstellung einzelner ausgewählter Profile der Winkelanomalie und der Halbplattenanomalie in E-Polarisation. Die Amplituden der Halbplattenanomalie sind durchgezogen, die der Winkelanomalie gestrichelt.

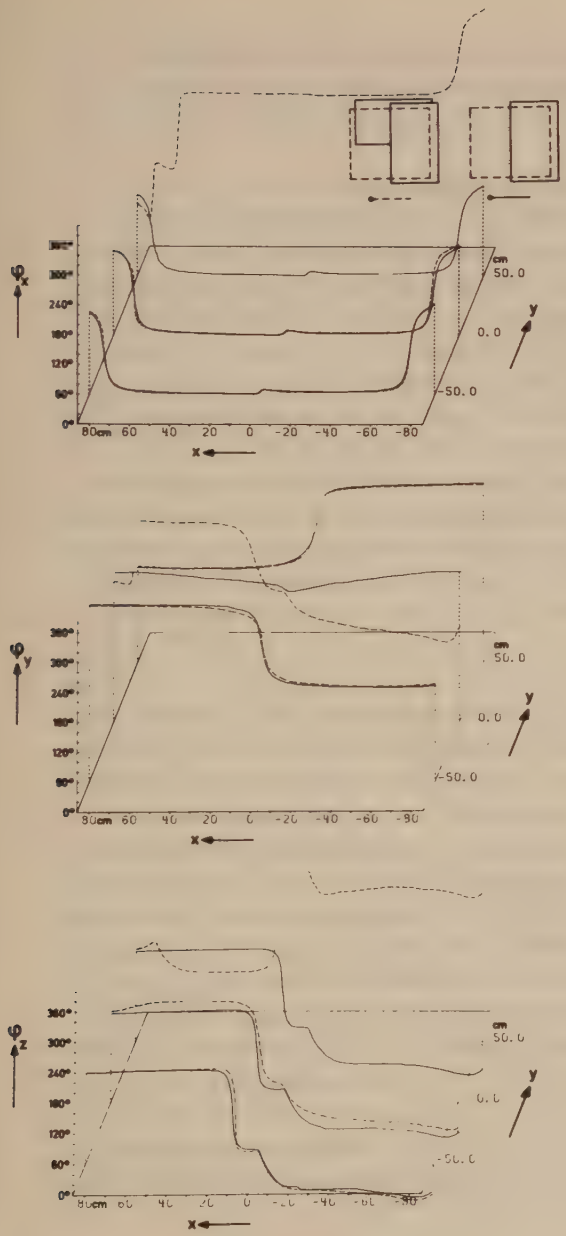

Abb.5.13:

Gegenüberstellung von Phasenkurven der Winkelanomalie (gestrichelt) und der Halbplattenanomalie (durchgezogen) auf einzelnen ausgewählten Profilen

An der Stelle, wo die beiden Bleche übereinanderliegen ($x < 0$, $y > 0$), ist in H_x von einer Verdoppelung der Blechstärke nichts zu bemerken.

Wie schon bei der ersten Halbplattenanomalie in Abb.5.6 ist auch hier in H_y von der Kante $x = 0$ nichts festzustellen, da die Leitfähigkeit sich in y-Richtung nicht ändert. Ein Leitfähigkeitssprung tritt aber an der Kante $y = 0$ auf und führt dort zu einem weiteren Kanteneffekt. Links, wo die Leitfähigkeit sich sehr stark ändert (Übergang vom Isolator zum Metall) ist er sehr ausgeprägt (s. Abb.5.8), rechts ist die Kante durch das darüberliegende Blech verdeckt. Dadurch ergeben sich kompliziertere Stromverteilungen durch wechselseitige Induktion der beiden Bleche, die nicht leicht zu durchschauen sind. Man erhält hier einen schwächeren Kanteneffekt und ein räumlich sehr begrenztes Maximum bei $x = y = 0$, welches in keiner der beiden Halbplattenanomalien auftrat. Verbunden damit ist auf diesem Profil die Verschiebung des Nulldurchgangs zu positiveren x-Werten hin.

Am deutlichsten machen sich die Kanteneffekte in H_z bemerkbar. Die Amplituden an der Kante bei $x = 0$ zeigen gegenüber der ersten Halbplattenanomalie bei negativen y-Werten keinen Unterschied (vgl. Abb.5.12), bis sie bei $x = y = 0$ ein größeres Maximum als bei Abb.5.6 erreichen. Bei größeren y-Werten tritt bereits wechselseitige Induktion mit der zweiten Blechplatte auf, die Amplituden sind hier nur etwa halb so groß. Senkrecht zu dieser ersten Kante verläuft die zweite Kante bei $y = 0$, die einen ganz ähnlichen Induktionseffekt wie der bei H_y ergibt: dem H_z-Feld der ersten Halbplatte überlagert sich auf diesem Profil der Kanteneffekt der zweiten Blechtafel, so daß die gesamten H_z-Amplituden höher sind als in Abb.5.6 (vgl. auch Abb.5.12). Auf den Profilen mit $y > 0$ tritt oberhalb der Stelle, wo die "dünne Schicht" die doppelte Blechstärke hat ($x < 0$, $y > 0$), eine verminderte Amplitude auf. Links, wo nur

eine Blechstärke vorhanden ist, erreicht sie - nach einem Nulldurchgang - zumindest qualitativ die Amplitudenwerte der zweiten Halbplattenanomalie (Abb.5.8).

Die Phasen ϕ_x der x-Komponente zeigen auf den Profilen y = -75 cm bis y = 0 keine Abweichungen von der ersten Halbplattenanomalie (Abb.5.13), bei größeren y-Werten aber verschwindet die Wirkung der Kante bei x = 0 vollständig. Die Phase beträgt über weite Teile der Profile 3°. Am rechten Rand der Anomalie ist die Wirkung der Rückströme in der Aluminiumplatte, die bei x = -87 cm endet, sichtbar, während das Blech 13 cm darüber hinausragt. Am linken Rand (x > 0, y > 0) ist die Wirkung von zwei Begrenzungen festzustellen: Das Blech endet bereits bei x = +80 cm, die induzierten Ströme müssen sich also schon früher schließen. Dies zeichnet sich in einem Phasensprung von -180° ab. Anschließend erfolgt wegen der Rückströme in der Aluminiumplatte ein Anstieg der Phase, ähnlich wie am anderen Profilende.

Auch die Phase ϕ_y zeigt nur da eine Änderung, wo in Feldrichtung ein Leitfähigkeitssprung auftritt, nämlich an der Kante y = 0. Der Vergleich zwischen der Winkelanomalie und der ersten Halbplattenanomalie (Abb.5.13) zeigt keinen Unterschied bei Profilen mit y < 0 und bei Profilen mit $y \geq 25$ cm, während das Profil y = 0 das Magnetfeld von induzierten Strömen enthält, die - von der y-Richtung kommend - wegen der Kante in positiver und negativer x-Richtung weiterfließen müssen. Die Wirkung dieser Ströme ist auch bei dem nächsten Profil (y = 12,5 cm) in jener Profilhälfte zu merken, wo das zweite Blech offen zu Tage tritt (y = 12,5 cm, x > 0), wird aber in der anderen Profilhälfte, wo das zweite Blech unterhalb des ersten Bleches liegt, durch Ströme unterdrückt, die - wahrscheinlich im ersten Blech - in der Gegenrichtung fließen.

Bei ϕ_z macht sich natürlich jede Kante durch eine Änderung in der Phase bemerkbar. Dies war auch schon bei der Untersuchung der

einzelnen Anomaliebestandteile festzustellen. So tritt als wesentlich Neues bei der Kombination der beiden Halbplattenanomalien hier nur eine leichte Anhebung der Phase ϕ_z an der Stelle auf, wo die beiden Bleche übereinanderliegen.

Die in diesem Kapitel durchgeführten Messungen werden in Kap.6 weiterverarbeitet. Dort wird ein äquivalentes Stromsystem hergeleitet, das die beobachteten Magnetfelder erzeugt und ein anschauliches qualitatives Bild des induzierten Stromsystems im Leiter liefert.

5.3 Inseleffekte

Bisher ist die räumliche Verteilung des Magnetfeldes über einer Anomalie durch flächenhafte Vermessung untersucht worden. In diesem und im folgenden Abschnitt werden leitfähige Strukturen behandelt, die sich zweidimensional darstellen lassen, da ihre Längserstreckung sehr viel größer als ihre Breite ist. Deshalb ist es auch ausreichend, ihr Verhalten als Störkörper durch Messungen auf nur einem Profil zu beschreiben, das in die Mittelebene gelegt wird. Wenn leitfähige Einlagerungen zwischen Erdoberfläche und Substratum dazugenommen werden (s.Abschn.5.4), läßt sich diese Struktur ebenfalls als zweidimensional betrachten, solange die Einlagerung die gleiche Streichrichtung aufweist wie die Oberflächenanomalie. Liegt die Einlagerung dagegen senkrecht zur Streichrichtung, so ist die Anomalie dreidimensional. Die Meßwerte auf dem ausgewählten Profil lassen sich dann nicht ohne weiteres auf andere Profile übertragen.

In den folgenden Abschnitten werden eine "lange Insel" und ein "Tiefseegraben" mit dem Parameter b der Inselbreite bzw. der Grabenbreite behandelt. Beide können als zweidimensional angesehen werden.

5.3.1 Lange Insel

Im Modell wird die Insel als Zwischenraum zwischen zwei Blechen nachgebildet, deren Kanten parallel zueinander in einem Abstand b verlaufen. Dabei wird das erste Blech mit seiner Kante bei x = 0 festgehalten, das zweite Blech läßt sich zum Ändern der Inselbreite verschieben. Die Blechstärke ist 1 mm, der Abstand zur Aluminiumplatte 9 cm. Die Ergebnisse zeigt Abb.5.14. Die Komponenten H_x und H_z sind längs des Profils y = 0 aufgetragen worden. Der Parameter b ist die Inselbreite. Sie ändert sich stufenweise von 10 cm bis 60 cm, zusätzlich ist b = ∞ aufgetragen, um einen Anschluß an die Halbplattenanomalie (in E-Polarisation) zu erhalten.

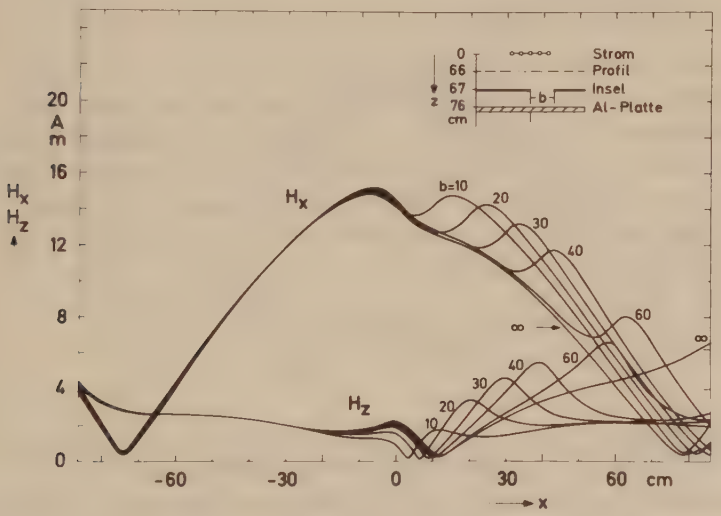

Abb.5.14: Amplituden H_x und H_z über einer "langen Insel" mit der Inselbreite b als Parameter. Die Insel wird als zweidimensional betrachtet, ihre Breite ist stets klein gegen ihre Länge. Zusätzlich ist das Feld für b = ∞ (Küste eines Kontinents) zum Anschluß an die Halbplattenanomalie (Abb.5.6) angegeben.

Links in der Abbildung liegt das festgehaltene, rechts das bewegliche Blech. In der Nähe der beiden Blechkanten macht sich die wechselseitige Induktion der in den Blechen induzierten Ströme bemerkbar: die Magnetfelder des jeweils anderen Bleches sind dem äußeren Feld entgegengerichtet, so daß ein kleinerer Strom induziert wird. Bei wachsendem b wird der wechselseitige Induktionseffekt geringer. Das hat zur Folge, daß die Amplituden von H_x und H_z an den Kanten anwachsen, bis sie die Amplitude von $b = \infty$ (Küste eines Kontinents) erreicht haben. Dies ist besonders an der Kante des festgehaltenen Bleches zu erkennen. An der Kante des beweglichen Bleches wird der Effekt durch die Inhomogenität des äußeren Feldes überdeckt und ist deshalb schwieriger zu erkennen.

Die Inselbreite b wird durch Verschieben des rechten Bleches nach rechts vergrößert. Damit wird auch die rechte Kante des rechten Bleches in ein anderes induzierendes Feld gebracht und die induzierten Ströme können sich weiter außen schließen. Das hat zur Folge, daß sich der äußere Nulldurchgang von H_x nach außen verschiebt und die Kurven zwar parallel verlaufen, aber nicht in eine Kurve einmünden.

5.3.2 Tiefseegraben

Ein Gegenstück zur langen Insel ist der Tiefseegraben, wo gegenüber dem Ozean die Wassertiefe verdoppelt ist. Der Graben wird durch zwei Bleche verwirklicht, die zum Teil übereinanderliegen, ohne elektrisch miteinander verbunden zu sein. Die Bleche sind nur magnetisch gekoppelt (s. Abschn.5.2.2). Wie bei der langen Insel wird ein Blech festgehalten und mit der Kante auf die Linie $x = 0$ gelegt. Das zweite Blech wird teilweise mit der Kante

parallel zur Kante des ersten Bleches darübergelegt. Der Abstand der beiden Kanten ist die Breite b des Grabens, sie wächst von b = 0 bis b = 30 cm. Zusätzlich sind drei weitere Kurven angegeben:

a) kein weiteres Blech (als Anschluß an die erste Halbplatten anomalie, Abschn.5.2.1), in Abb.5.15 mit k bezeichnet,
b) Ozean mit der doppelten Wassertiefe (zwei Bleche übereinander, b = 100 cm), in der Abbildung mit d bezeichnet,
c) Ozean mit einer Stufe (entspricht b = 90 cm), in der Abbildung mit s bezeichnet.

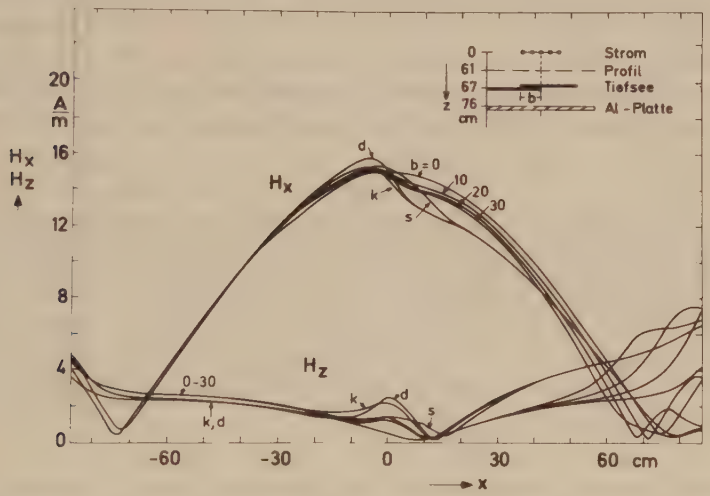

Abb.5.15: Amplituden H_x und H_z über einem Tiefseegraben, dessen Breite b als Parameter verändert werden kann. Zusätzlich sind die Amplituden über einem Ozean mit der doppelten Wassertiefe ("d"), über einem Ozean mit einer 10 cm breiten Stufe ("s") und über einem normalen Ozean ("k"), jeweils mit einem angrenzenden Kontinent ab x = 0 bzw. x = 10 cm, angegeben.

Die Blechdicke ist wieder 1 mm, der Abstand zur Aluminiumplatte 9 cm, die Blechbreite 100 cm.

Im Vergleich zur langen Insel (Abb.5.14) sind die Effekte der Grabenränder erheblich schwächer. Das ist hauptsächlich darauf zurückzuführen, daß die Leitfähigkeitsunterschiede in Feldrichtung bei der langen Insel maximal waren (Unterschied Nichtleiter-Leiter), während sie hier nur im Verhältnis der Blechstärken (1 : 2) unterschiedlich sind. Ausgehend von der Grabenbreite b = 0 in Abb.5.15 wird die Maximalamplitude von H_x bei Vergrößern der Grabenbreite zunächst etwas größer (bei b = 10 cm), dann bei b = 20 cm und b = 30 cm wieder geringfügig kleiner. Ebenso ist der linke Grabenrand kaum zu erkennen. Die Kurven rechts im Bild werden bereits von der rechten Blechkante beeinflußt, die sich z.T. noch außerhalb des Bildes befindet.

In der Komponente H_z ist die Kante vom festgehaltenen Blech bei x = 0 bei allen Grabenbreiten b > 0 besser auszumachen (über die Nullpunktsabweichung bei x = 0 s. Abschn.4.3.2). Der linke Grabenrand läßt sich nicht mit Sicherheit erkennen. Rechts vom Graben laufen die Kurven mehr oder weniger rasch zusammen, bis sie durch die Strombegrenzung durch die äußere Blechkante einen anderen Verlauf nehmen müssen.

In dieser rechten Modellhälfte ist auch der größte Unterschied im Magnetfeld zwischen der Grabenanomalie und denjenigen Modellanordnungen zu erkennen, die einen "Kontinent" in der rechten Modellhälfte nachbilden und oben bereits als Sonderfälle a) bis c) erwähnt wurden. Diese Meßkurven haben rechts von x = 0 bzw. x = 10 cm beim Ozean mit Stufe kein Blech. Die drei Kurven laufen hier ebenfalls zusammen, ihre Amplituden sind aufgrund des Fehlens induzierter Ströme rechts von der Kante in H_x kleiner, in H_z bedeutend größer als die entsprechenden Amplituden der Grabenanomalie.

Die Maximalamplituden der "doppelten Wassertiefe" (mit d bezeichnet) sind bei sonst gleicher Struktur sowohl in H_x als auch in H_z größer als bei der Einfachbedeckung. Der "Ozean mit Stufe" ("s") zeigt eine Maximalamplitude, die bei H_x in der Größe zwischen den Amplitudenwerten der einfachen und doppelten Wassertiefe liegt und mehr zu x = 0 verschoben ist. Der Abfall der Amplitude nach rechts ist verlangsamt, der Ort der zweiten Kante rechts ist in H_x schlecht auszumachen. In H_z ist die Amplitude sehr viel kleiner in der Größenordnung der Grabenanomalie mit b = 30 cm. Zwei Knickpunkte sind am Ort der ersten Kante (x = 0) und an der zweiten Kante (x = 10 cm) festzustellen.

Diese beiden Versuche haben zwei Dinge deutlich gemacht:

1) In "dünnen Schichten" (Schichtdicke << Eindringtiefe) lassen sich große Leitfähigkeitsunterschiede (Leiter - Nichtleiter) sicher nachweisen (s. "lange Insel").
2) Kleine Leitfähigkeitsunterschiede (1 : 2) oder bei gleicher Leitfähigkeit Unterschiede in der Schichtmächtigkeit ergeben bei "dünnen Schichten" auch nur sehr kleine Unterschiede in den Magnetfeldamplituden, laterale Änderungen sind schwierig nachzuweisen (s. Tiefseegraben).

5.4 Zylinderförmige Einlagerung zwischen dünner Schicht und Substratum

Zur besseren Interpretation von Magnetfeldbeobachtungen wird von verschiedenen Autoren eine gut leitende Einlagerung in einer schlecht leitenden Umgebung benötigt [WHITHAM, 1964; SCHMUCKER, 1964; SCHMUCKER und JANKOWSKI, 1972]. Der Einfluß einer solchen isolierten Einlagerung, etwa in Form eines Zylinders, auf das an der Erdoberfläche beobachtete Magnetfeld soll im folgenden

untersucht werden. Das Magnetfeld eines leitfähigen Zylinders ist ausführlich untersucht worden [KERTZ, 1960; MEYER, 1963; SPITTA, 1963]: die in einem unendlich langen Zylinder in einem homogenen transversalen Wechselfeld induzierten Ströme haben im Außenraum das Magnetfeld eines zweidimensionalen Dipols.

Der Zylinder, der für die Modellversuche verwendet wird, besteht aus einer Aluminiumlegierung mit dem spez. Widerstand $4{,}77 \cdot 10^{-8}$ Ωm (Angabe des Herstellers). Er ist 161,5 cm lang, hat einen Durchmesser von 8 cm und wird direkt auf die Aluminiumplatte gelegt. Durch die feine Oxydschicht zwischen den beiden Metalloberflächen ist er ausreichend isoliert, so daß keine Ströme übertreten können.

5.4.1 Zylinder senkrecht zum Profil

Bei allen Modellanordnungen dieses Abschnitts liegt der Zylinder senkrecht zum Profil mit seinem Mittelpunkt auf der Linie x = 0. Da die Bleche 9 cm von der Aluminiumplatte entfernt sind, besteht zwischen Zylinderoberfläche und Blechen ein Minimalabstand von 1 cm. Das Profil liegt in x-Richtung bei y = 0, also in der Mittelebene des induzierenden Feldes, so daß hauptsächlich die x-Komponente am Ort des Zylinders induzierend wirkt. H_y war auf dem ganzen Profil null und wurde daher in den Abbildungen nicht aufgetragen. Von jedem Modell wird nur ein charakteristisches Profil in einer Abbildung gezeigt, Abweichungen vom Zweidimensionalen werden gegebenenfalls im Text erläutert.

Die Amplitude eines Zylinders über einer Aluminiumplatte allein wird in Abb.5.16 (Kurve 1) angegeben. In H_x ist die Amplitude über dem Zylinder größer, in größerer Entfernung vom Zylinder

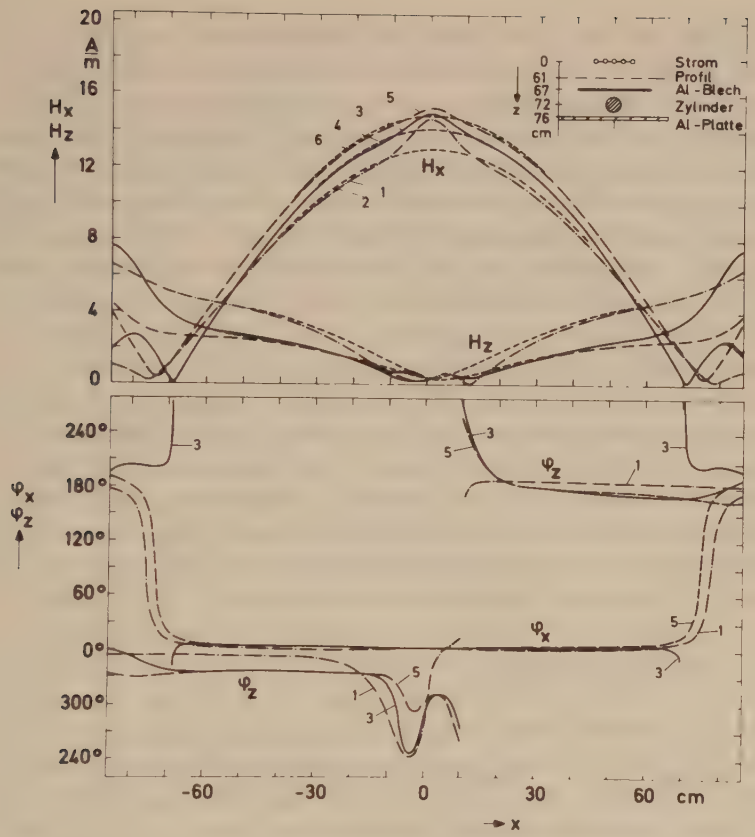

Abb.5.16: Amplituden- und Phasenkurven über einem Zylinder, der in y-Richtung bei x = 0 auf der Al-Platte liegt, senkrecht zum Profil und zum induzierenden Feld (Kurve 1). Wird ein Al-Blech in der Größe 1,7 m x 1,0 m in seiner Längserstreckung in 1 cm Abstand senkrecht über den Zylinder gelegt, so entsteht die Kurve 3. Bei Vergrößerung der Blechplatte auf das Doppelte wachsen die Amplituden weiter an (Kurve 5). Zum Vergleich sind jeweils die Modellanordnungen ohne Zylinder als die Kurven 2,4 und 6 hinzugefügt worden.

kleiner als bei der ungestörten Al-Platte (Kurve 2). In H_z ist das Magnetfeld der im Zylinder induzierten Ströme dem Feld ohne Zylinder entgegengerichtet. Deshalb wird die Amplitude zunächst - von links kommend - geschwächt, durchläuft dann zwei Maxima und steigt nach einem Nulldurchgang wieder an, bis sie die Kurve der Al-Platte erreicht. Mit Hilfe der Phasenmessungen kann man die Amplitudenwerte umrechnen in Real- und Imaginärteile bzw. phasenrechte und 90°-phasenverschobene Anteile. Dort wird deutlich, daß der Realteil bei x = -8 cm sein Vorzeichen wechselt ($\phi_z(-8\text{ cm}) = -90^{\circ}$), ebenso bei x = 0 (in der anderen Richtung), während ein erheblicher Imaginärteil an diesen beiden Punkten existiert, der sein Vorzeichen beibehält und verhindert, daß eine deutliche Nullstelle in der Amplitudendarstellung Abb.5.16 auftritt. Aufgrund der Leiteranordnung und der Geometrie des äußeren Feldes war zu erwarten gewesen, daß H_z spiegelsymmetrisch zu x = 0 wird. Die Abweichung von der Spiegelsymmetrie ist wahrscheinlich auf ein Übersprechen der starken H_x-Komponente zurückzuführen (s. Abschn.4.3.2), wodurch insbesondere die kleinen Werte von H_z in der Umgebung von x = 0 verfälscht werden.

Wird eine Blechtafel von 1 mm Stärke und einer Größe von 170 cm x 100 cm mit ihrer Längserstreckung in x-Richtung über den Zylinder gelegt, so erhält man die Kurve 3 in Abb.5.16. Da der Zylinder teilweise unter dem Blech liegt, die Enden aber herausragen und dort das induzierende Feld voll auf den Zylinder wirken kann, ist die Schwächung der Amplitude durch das Blech geringer als vermutet. Das ist am besten in H_x in der Umgebung der Punkte x = ± 20 cm zu sehen, wo der Abstand zwischen der Kurve 3 und der Kurve 4, die das gleiche Modell ohne Zylinder beschreibt, kleiner ist als der entsprechende Abstand zwischen den beiden Kurven 1 und 2. Durch das darüberliegende Blech ist auch in H_z die im Zylinder induzierende Feldstärke geringer und besitzt eine andere Phasenlage. So kommt es zu einem etwas abweichenden Kurvenverlauf der Amplitude. Die Nullstellen des Realteils sind mehr zusammengerückt(bei x = -6 cm, 0, +10 cm).

Vergrößert man die Blechtafel auf das Doppelte (zwei Bleche von je 170 cm x 100 cm, wobei die Stoßkanten bei x = 0 liegen und keine Ströme von einem Blech auf das andere übergehen), so erhält man die Kurve 5 in Abb.5.16. Die Amplitude ist weiter angewachsen, der Einfluß vom Zylinder weiter geschwächt, während die H_z-Amplitude in der Form gleich, in der Stärke geringer geworden sind. Auch die Phasenschwankungen sind kleiner, es kommt zu keinen weiteren Nullstellen des Realteils. Die einzig verbleibende Nullstelle wird hinausgeschoben zu x = 9 cm.

Kurve 6 schließlich zeigt zum Vergleich das Magnetfeld ohne Zylinder. Im Kurvenpaar 5 und 6 ist ebenso wie im Kurvenpaar 1 und 2 der Einfluß des Zylinders noch bis in eine Entfernung von zehn Zylinderradien feststellbar. Im Kurvenpaar 3 und 4 dagegen beschränkt sich der Einfluß auf etwa zwei Zylinderradien. Dieser Unterschied beruht auf der nur teilweisen Bedeckung des Zylinders, wodurch der dreidimensionale Charakter des Feldes deutlich wird.

Der Einfluß einer gut leitfähigen Einlagerung unterhalb einer "Küste" wird in Abb.5.17 dargestellt (Kurve 1). Der Kanteneffekt der Küste ohne Einlagerung wurde in Abschn.5.2.1 behandelt. Die Ergebnisse sind als Vergleichskurven nochmal in Abb.5.17 wiedergegeben (Kurve 3), ebenso die Magnetfeldamplitude des Zylinders allein (Kurve 2). Der Ozean bedeckt die linke Bildhälfte ($x \leq 0$). Neben dem induzierenden äußeren Feld induzieren auch die Magnetfelder der im Blech induzierten Ströme, die zum großen Teil längs der Kante fließen. Sie besitzen am Ort des Zylinders eine nicht zu vernachlässigende z-Komponente, so daß der Vektor des induzierenden Feldes am Ort des Zylinders in die positive z-Richtung geneigt ist. Deshalb wird das Maximum von H_x nach rechts verschoben und gleichzeitig vergrößert, die Verminderung der Amplitude seitlich vom Zylinder macht sich links als Abweichung von der ungestörten Küstenkurve bemerkbar.

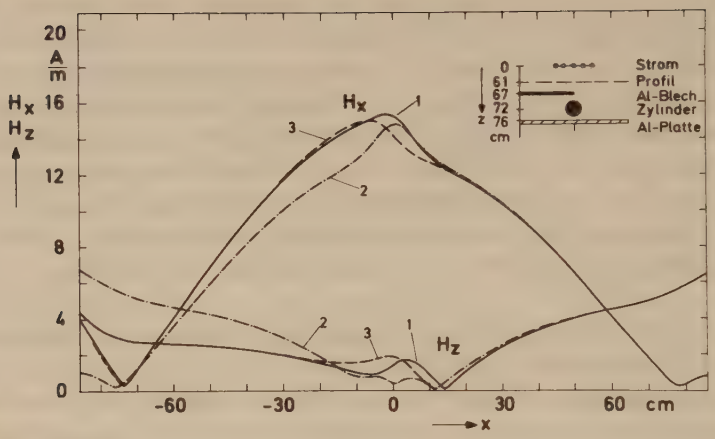

Abb.5.17: Amplituden H_x und H_z über einem Zylinder als Einlagerung unter einer Küste (Kurve 1). Der Zylinder liegt bei x = 0 in y-Richtung, senkrecht zum induzierenden Feld. Als Vergleichskurven sind die Amplituden für das gleiche Modell, jedoch ohne Küste (Kurve 2) bzw. ohne Zylinder (Kurve 3) angegeben.

Bei H_z ist das Magnetfeld des Zylinders - von links kommend - dem Magnetfeld von Blech und Platte entgegengerichtet, so daß das gesamte H_z in Kurve 1 kleiner wird. Aufgrund der Schiefstellung des magnetischen Quasi-Dipols im Zylinder ist ebenfalls der Nulldurchgang des Realteils nach rechts verschoben (etwa am Schnittpunkt der Kurven 1 und 3 mit und ohne Zylinder). Von da an addieren sich die Magnetfeldanteile von Blech und Zylinder, so daß die gesamte H_z-Amplitude ein Maximum durchläuft. Danach fällt die Amplitude bis zum vom induzierenden Feld geforderten Nulldurchgang, der ebenfalls weiter nach rechts gerückt ist. Von der Phasenlage der Ströme im Zylinder ist in der - nicht eingezeichneten - Phasenkurve ϕ_z des Gesamtfeldes

wenig zu sehen, ϕ_z ändert sich stetig von -25° auf $+6^\circ$ (Maximum von H_z), bis es bei x = 14 cm auf 187° springt.

Ein ganz ähnliches Verhalten wie eine Küste mit Einlagerung zeigt ein Tiefseegraben (vgl. Abschn.5.3.2) mit untergelegtem Zylinder unter einer Kante bei x = 0 (Abb.5.18): Die Amplitudenmaxima verschieben sich ebenfalls nach rechts (Kurve 1), sie vergrößern sich bei H_x und vermindern sich bei H_z. Lediglich ϕ_z nimmt einen anderen Verlauf. Ohne Zylinder fällt ϕ_z durch die Verdoppelung der Blechstärke um 18° (Kurve 3), durch das Einfügen des Zylinders ändert sich die Phase im Bereich des Zylinders um höchstens 5°, die neue Phasenkurve kreuzt die bisherige zweimal (Kurve 1).

Befindet sich unter einer langen Insel (s. Abschn.5.3.1) eine gut leitfähige Einlagerung, so hängt es sehr vom Verhältnis der Inselbreite b zum Zylinderdurchmesser ab, ob und wie gut man die Struktur des Untergrundes erkennen kann. Das soll das folgende Experiment zeigen.

Der Zylinder liegt wieder bei x = 0 mitten unter der Insel, die eine Breite b = 20 cm besitzt. Die Messung des Magnetfeldes der Insel mit Einlagerung ergibt die Kurve 1 in Abb.5.19. Die Ströme in den beiden Blechkanten erzeugen am Ort des Zylinders ein Magnetfeld, das dem induzierenden H_x entgegengerichtet ist, es also schwächt, während die z-Komponente der Bleche sich mehr oder weniger gegenseitig aufheben. Andererseits wirkt das im Zylinder induzierte Magnetfeld auf die Ströme im Blech zurück. Durch wechselseitige Induktion werden die Maxima in H_x geschwächt, in der Mitte entsteht ein neues, in der Größe mit den Seitenmaxima vergleichbares Maximum, welches dem Zylinder zugeordnet werden muß. Wie schon früher erwähnt wurde, sind die Magnetfelder von Zylinder und den Blechkanten in der z-Richtung entgegengerichtet. Wegen der Symmetrie der Insel trifft das auf beide Küsten zu, so daß beide z-Maxima kleiner werden. Als Vergleich ist die Insel ohne Einlagerung dazugezeichnet worden (Kurve 2).

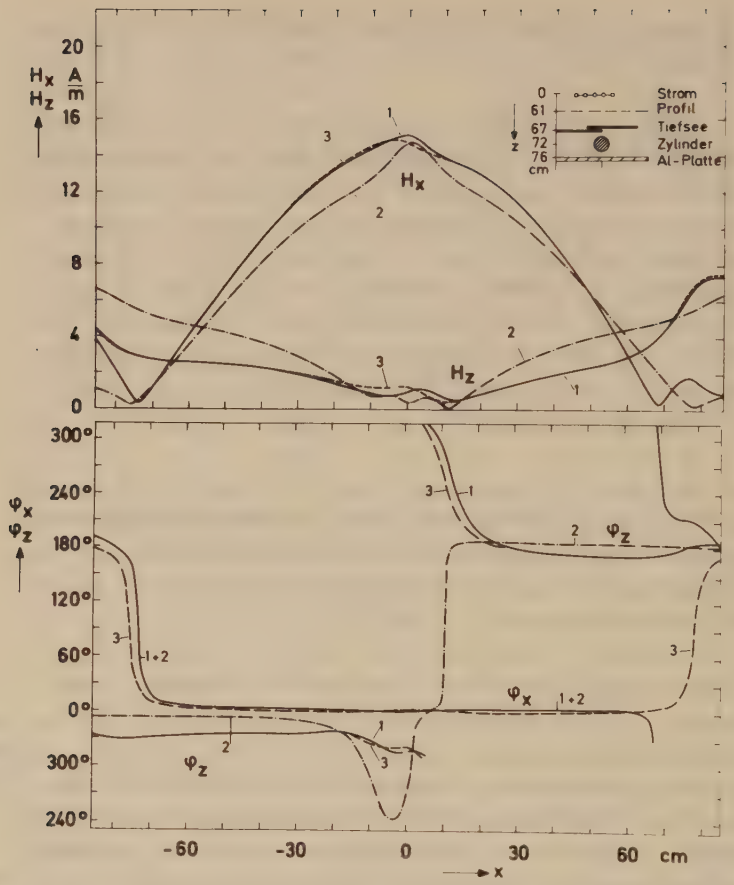

Abb.5.18: Amplituden und Phasen über einem Tiefseegraben mit einer zylinderförmigen Einlagerung, die unter dem rechten Rand des Grabens liegt (Kurve 1). Zum Vergleich sind die Amplituden- und Phasenkurven des Tiefseegrabens allein (Kurve 3) bzw. des Zylinders allein (Kurve 2) eingezeichnet worden.

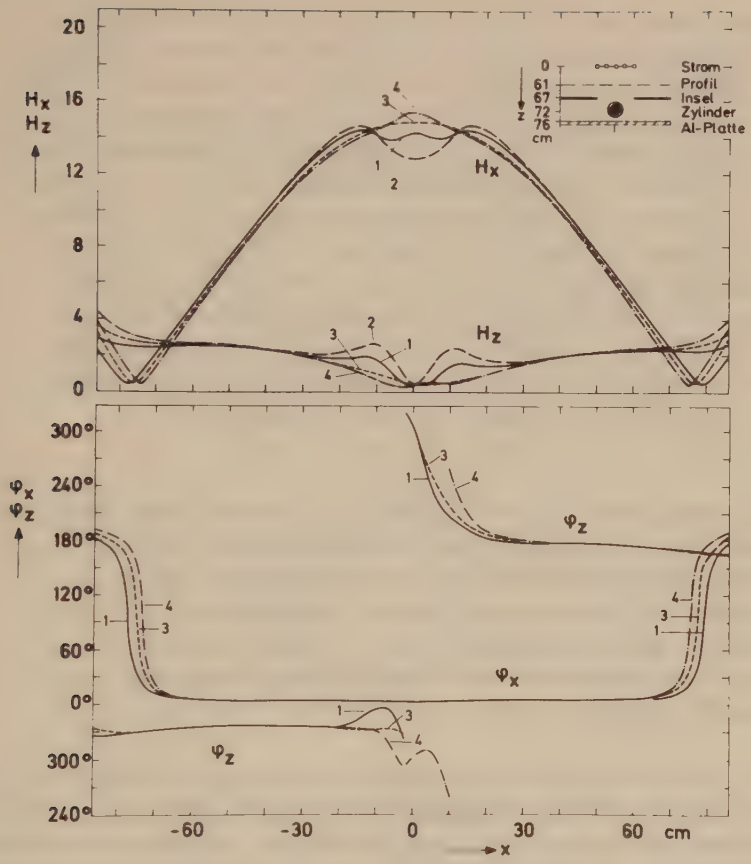

Abb.5.19: Amplituden und Phasen über einer langen Insel (Breite b = 20 cm) mit einer zylinderförmigen Einlagerung (Durchmesser 8 cm) unter der Inselmitte (Kurve 1). Durch das Einfügen des Zylinders werden die Küstenmaxima in H_x und H_z vermindert, ein neues Maximum in H_x in der Inselmitte tritt auf. Kurve 2 zeigt die Insel ohne Einlagerung. Bei einer Inselbreite von 8 cm ist die Insel magnetisch nicht mehr nachweisbar (Kurve 3). Bei noch geringerer Inselbreite überwiegt der Einfluß des Zylinders, bis im Grenzfall b = 0 die Kurve 4 (Ozean mit Einlagerung)übrigbleibt.

Vermindert man die Inselbreite, bis sie den Durchmesser des Zylinders (8 cm) erreicht, so erhält man die Kurve 3 in Abb. 5.19. Bis auf kaum meßbare Abweichungen (das Maximum in H_x ist ganz geringfügig abgeflacht) ist das gerade die Meßkurve für einen ausgedehnten Ozean ohne Einlagerung im Untergrund (vgl. Abb.5.16, Kurve 6). Die beiden Küsten sind weder bei H_x noch bei H_z zu erkennen. Offenbar kompensieren sich die Magnetfelder induzierter Ströme im Zylinder und in den Blechtafeln gegenseitig. Das Minimum in H_x, das in Abschn.5.3.1 in der Inselmitte auftreten sollte, wird gerade durch das Maximum über dem Zylinder ausgefüllt. Erst bei noch geringerer Inselbreite überwiegt der Einfluß des Zylinders; es treten keine Kanteneffekte mehr auf, bis im Grenzfall die Kurve 4 in Abb.5.19 (= Kurve 5 in Abb.5.16) übrig bleibt.

Ein gänzlich anderer Induktionseffekt tritt auf, wenn zwar der Zylinder in y-Richtung bleibt (E-Polarisation), aber die Küste in x-Richtung direkt unter dem Profil verläuft. Für die x-Komponente des induzierenden Feldes sollte die Küste unsichtbar bleiben (H-Polarisation), die y- und z-Komponenten aber im Blech induzieren (s. Abschn.5.2.1). Das ist in Abb.5.20 dargestellt worden.

Es ist zunächst die Magnetfeldamplitude vom Zylinder allein aufgetragen (Kurve 3), dazu die Kurve vom Blech allein (Kurve 2). Betrachtet man diese Kurven außerhalb des Einflußbereiches des Zylinders ($x = \pm 50$ cm), so kann man die Zylinderkurve als Stellvertreter für die Kurve der Aluminiumplatte betrachten (vgl. auch Abb.5.16). Es wird deutlich, daß in H_x tatsächlich kein Unterschied zwischen den beiden Kurven festzustellen ist, daß aber in H_y und H_z Induktion stattgefunden hat: Die z-Amplitude ist angewachsen, und auch die y-Komponente ist nicht mehr zu vernachlässigen (vgl. auch Abb.5.8).

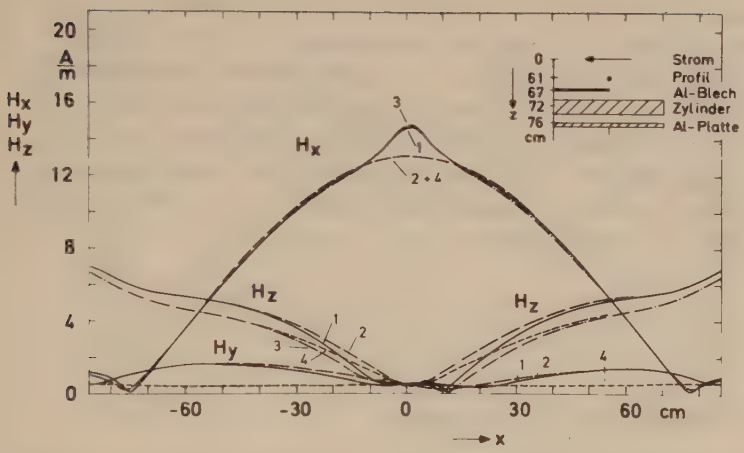

Abb.5.20: Amplituden H_x, H_y und H_z über einem Zylinder in E-Polarisation, der auf der Linie x = 0 liegt und mit einem Blech in H-Polarisation teilweise bedeckt ist (Kurve 1). Zum Vergleich sind die Amplituden von der Al-Platte allein (Kurve 4), vom Blech mit Al-Platte (Kurve 2) und vom Zylinder mit Al-Platte (Kurve 3) aufgetragen.

Die Kurve 1 in Abb.520 ist die Meßkurve von Zylinder mit darübergelegtem Blech. Die Maximalamplitude bei H_x ist ganz geringfügig kleiner als die Amplitude des Zylinders ohne Blech. Offensichtlich ist unter dem Blech das induzierende Feld am Ort des Zylinders etwas geschwächt. Sonst ist der Kurvenverlauf in H_x nicht geändert, die Anwesenheit des Bleches wirkt sich fast nicht aus.

Induzierend wirkt das Magnetfeld eines Flächenstromes. Im Blech werden Ströme induziert, die in y-Richtung fließen, bis sie an die Kante bei y = 0 gelangen. Durch die Kante werden sie ge-

zwungen, ihre Richtung zu ändern, und zwar fließen sie in -x-Richtung für $x < 0$ und in +x-Richtung für $x > 0$. Sie geben Anlaß zu dem in Abschn.5.2.1 beschriebenen Kanteneffekt, wo ein verstärktes H_z und am Ort des Profils zusätzlich ein H_y auftritt. Der geringfügige Anstieg der Amplitude von H_y in der Umgebung von $x = 0$ ist wahrscheinlich wieder aufgrund einer nicht exakten Justierung der Sonde auf ein "Übersprechen" von H_x auf H_y zurückzuführen (vgl. Abschn.4.3.2).

5.4.2 Zylinder parallel zum Profil

Bei allen Modellanordnungen dieses Abschnitts liegt der Zylinder direkt unter dem Profil bei $y = 0$, seine Achse hat die gleiche Richtung wie das Profil. Seine Abmessungen und die Abstände zwischen Zylinder, Al-Platte und den darüberliegenden Blechen sind die gleichen wie im vorigen Abschnitt.

Als induzierendes Feld dient das Magnetfeld eines Flächenstromes. In der Mittelebene $y = 0$ verschwindet H_y, auf den Zylinder wirken deshalb nur H_x und H_z induzierend. H_x ist parallel zur Zylinderachse, die Induktionswirkung sollte - wenn überhaupt - nur an den Zylinderenden sichtbar sein. In Abb.5.21 ist das nachgeprüft worden. Kurve 3 ist die Amplitudenkurve mit Zylinder, Kurve 4 ohne Zylinder, beide mit untergelegter Al-Platte. Es tritt nur an den Zylinderenden eine kleine Abweichung der beiden Kurven auf.

H_z ist transversal zum Zylinder. Als induziertes Magnetfeld tritt beim Zylinder ein Dipol auf, dessen Moment vom Ort abhängig ist und dessen Richtung am Ort des Profils die Gegenrichtung des induzierenden äußeren Feldes ist. Für ein Profil unmittelbar über dem Zylinder ergibt sich also eine Verminderung der H_z-Amplitude (Abb.5.21).

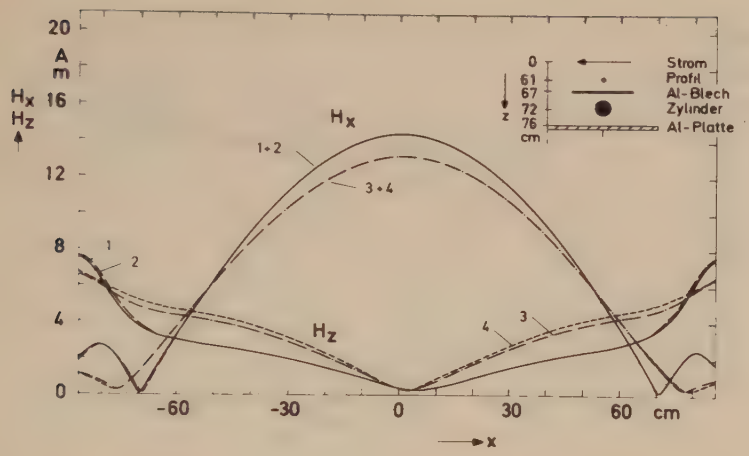

Abb.5.21: Amplituden H_x und H_z über einem Zylinder in H-Polarisation, der von einem Blech in der Größe 1,7 m x 1,0 m bedeckt ist (Kurve 1). Zum Vergleich dienen die Amplitudenkurven des Modells ohne Zylinder (Kurve 2) bzw. der Al-Platte allein (Kurve 4) und des Zylinders mit untergelegter Al-Platte allein (Kurve 3).

Legt man ein Blech von der Größe 170 cm x 100 cm über den Zylinder, so tritt ein ganz ähnlicher Effekt ein, wie er schon zu Anfang von Abschn.5.4.1 beschrieben wurde: Die Amplituden von H_x werden größer, ohne daß der Zylinder besser sichtbar wird, die Amplituden von H_z nehmen ab (Kurve 1). In der Profilmitte tritt zwischen Amplitudenkurven mit und ohne Zylinder kein Unterschied mehr auf, lediglich an den Rändern ist eine kleine Verminderung der Amplituden der Zylinderkurve zu bemerken. Sowohl H_x als auch H_z stimmen in der Profilmitte vollständig mit der Kurve 4 ohne Zylinder in Abb.5.16 überein.

Auch eine Küstenanomalie (in E-Polarisation) wird durch einen Zylinder (in H-Polarisation) nur wenig beeinflußt und in der

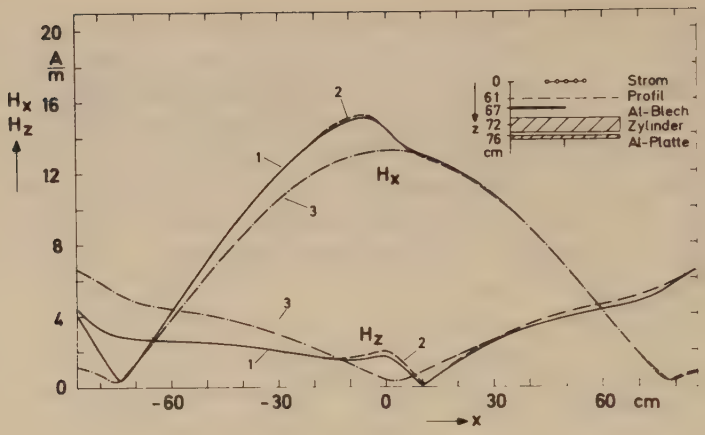

Abb.5.22: Amplituden H_x und H_z über einer Küstenanomalie in E-Polarisation mit einer zylinderförmigen Einlagerung, die senkrecht zur Küste verläuft (H-Polarisation). In Kurve 1 sind die Amplituden von Blech und Zylinder dargestellt. Kurve 2 zeigt die Amplitude der Küste allein und Kurve 3 die Amplituden des Zylinders allein.

Struktur nicht geändert. So ist die Amplitudenkurve über Zylinder und Blech (Kurve 1 in Abb.5.22) in H_x nur wenig, in H_z etwas stärker vermindert. Die durch H_z im Zylinder induzierten Ströme konnten sich in Abb.5.21 allmählich schließen, ohne daß ein meßbarer Effekt in der x-Komponente festzustellen war. In Abb.5.22 und besonders in Abb.5.23 (lange Insel mit zylinderförmiger Einlagerung senkrecht Inselachse) herrscht in der Nähe der Kanten und des Nulldurchgangs ein stärkeres H_z-Feld und erzeugt damit stärkere Ströme, die auf horizontalen Bahnen fließen und sich in der Nähe des Nulldurchgangs schließen müssen. Dabei erzeugen sie ein Magnetfeld in x-Richtung, das durch wechselseitige Induktion auf die Ströme im Blech zurückwirkt

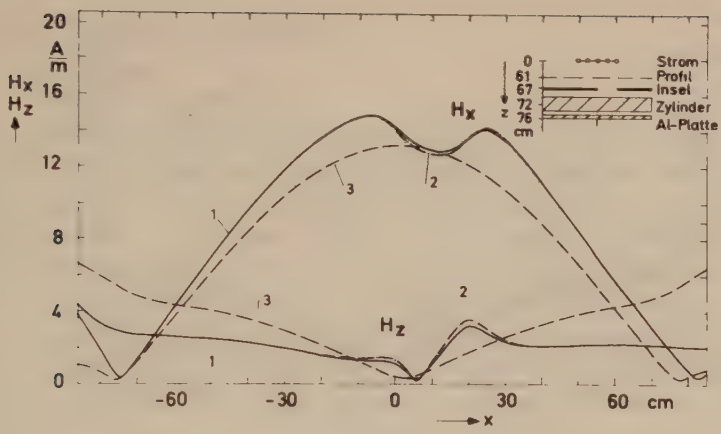

Abb.5.23: Amplituden H_x und H_z über einer langen Insel mit einer Einlagerung, die senkrecht zur Insel verläuft (Kurve 1). Zum Vergleich sind die Amplitudenkurven der Insel ohne Einlagerung(Kurve 2) bzw. des Zylinders allein (Kurve 3) hinzugefügt worden.

und sie schwächt. Auf die Schwächung des H_z-Feldes ist oben schon hingewiesen worden, auch hier ist die Dipolrichtung dem induzierenden Feld entgegengerichtet. Die Amplitudenkurven über den Zylinder allein (Kurve 3) und über dem Blech ohne Zylinder (Kurve 2) sind zum Vergleich dazugezeichnet worden.

Liegen sowohl Zylinder als auch die Blechkante parallel zum Profil y = 0 (H-Polarisation), so entstehen die Kurven von Abb.5.24. Dort sind die Amplitudenkurven von der Al-Platte allein (Kurve 4), des Zylinders (Kurve 3), der Blechplatte (Kurve 2) und des Bleches mit untergelegtem Zylinder (Kurve 1) aufgetragen. Bei H_x ist kein Unterschied zwischen den vier Kurven festzustellen, dagegen fächern sich die Kurven in H_y und H_z auf.

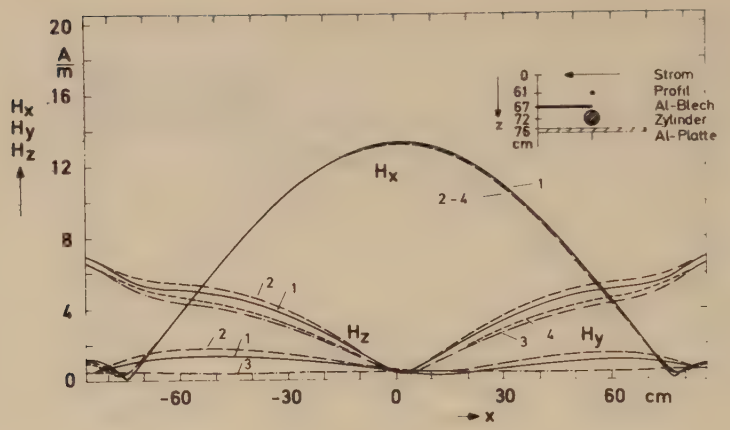

Abb.5.24: Amplituden H_x, H_y und H_z über einem Blech in H-Polarisation mit einer zylinderförmigen Einlagerung, die ebenfalls in H-Polarisation unterhalb der Blechkante liegt. In H_x ist kein Unterschied zwischen den Meßwerten des vollständigen Modells (Kurve 1) und denen des Bleches allein (Kurve 2), des Zylinders allein (Kurve 3) oder der Al-Platte allein (Kurve 4) festzustellen. Dagegen fächern sich die Kurven aufgrund induzierter Ströme in H_z auf, es tritt bei den Kurven 1 und 2 eine y-Komponente hinzu.

Kurven 3 und 4 sind schon einmal in Abb.5.21 dargestellt worden, durch den Kanteneffekt des Bleches sind die z-Amplituden angewachsen. Aufgrund der im Blech fließenden Ströme ist zusätzlich eine y-Komponente aufgetreten (s. Schluß von Abschn.5.4.1).

6. Äquivalentstromsysteme

6.1 Grundlagen

Bei der Messung von Magnetfeldern über Modellen wird stets das Gesamtfeld gemessen, das sich aus induzierendem und induziertem Magnetfeld zusammensetzt. Wenn man Aussagen über das induzierende Feld machen kann und es in seiner räumlichen Anordnung und Stärke kennt, dann läßt sich aus dem registrierten Gesamtfeld durch vektorielle Differenzbildung in Real- und Imaginärteil das Magnetfeld gewinnen, das durch induzierte Ströme im Modell verursacht wird. Aus der Kentnis des induzierten Anteils allein läßt sich die Verteilung der Ströme im Leiter nicht eindeutig bestimmen. Es läßt sich jedoch ein Äquivalentstromsystem ableiten.

Unter dem Begriff "Äquivalentstromsystem" wird ein Stromsystem verstanden, in dem die Ströme in einer dünnen Schicht unmittelbar unterhalb der Beobachtungsebene fließen und das beobachtete Magnetfeld erzeugen. Wenn der Abstand zwischen der Beobachtungsebene und den in Frage kommenden Leitern klein ist, werden die Äquivalentströme in ihrer Verteilung nicht wesentlich von den tatsächlichen Strömen, die in den Leitern des Modells fließen, abweichen.

Die Berechnung der Äquivalentströme geht vom Oerstedschen Gesetz aus. Ist $\underline{H}$ das induzierte Magnetfeld oberhalb des Leiters (das induzierende Feld sei bereits abgetrennt), dann ist der von einem geschlossenen Weg C umfaßte induzierte Strom I gegeben durch das Umlaufintegral

$$I = \int_C \underline{H} \cdot d\underline{r} \,. \qquad (6.1)$$

Das Umlaufintegral läßt sich vereinfachen, wenn Aussagen über die Verteilung der Ströme in Leiter gemacht werden können. Dies ist jedoch nur in Spezialfällen möglich:

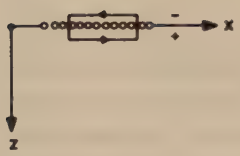

Abb.6.1: Prinzipskizze zur Berechnung äquivalenter Ströme in einer dünnen Schicht

1. Der Leiter, in dem Ströme induziert werden, besteht nur aus einer sehr dünnen Schicht (Schichtdicke << Eindringtiefe), die Ströme haben keine z-Komponente (Abb.6.1). Dann hat ihr Magnetfeld auf der Unterseite des Bleches die gleiche Stärke wie auf der Oberseite, aber umgekehrte Richtung. Das Umlaufintegral wird über Oberseite und Unterseite zwischen den Integrationsgrenzen $\underline{r}_1$ und $\underline{r}_2$ erstreckt, die Wegbeiträge in z-Richtung sind vernachlässigbar. Dann beträgt der Strom I, der den Weg von $\underline{r}_1$ nach $\underline{r}_2$ rechtwinklig von links nach rechts kreuzt,

$$I = -2 \int_{\underline{r}_1}^{\underline{r}_2} \underline{H} \cdot d\underline{r} \,. \qquad (6.2)$$

2. Der Leiter, in dem Ströme induziert werden, ist eine dicke Platte, deren Dicke groß gegen die Eindringtiefe ist. Die Ströme sollen wegen des Skineffektes nur in der Oberfläche fließen und keine z-Komponente besitzen. Dann gilt eine zu (6.2) analoge Formel, das Ergebnis ist jedoch mit größeren Ungenauigkeiten behaftet. Der Weg des Umlaufintegrals wird zwischen den Grenzen $\underline{r}_1$ und $\underline{r}_2$ längs der Oberfläche bzw. unterhalb derjenigen Tiefe erstreckt, unter der keine wesentlichen Ströme mehr fließen. Diese untere Begrenzung liefert dann keinen Beitrag zum Integral. Die Beiträge der Wegstücke in z-Richtung werden ebenfalls vernachlässigt. Dann beträgt der Strom I zwischen $\underline{r}_1$ und $\underline{r}_2$

$$I = -\int_{\underline{r}_1}^{\underline{r}_2} \underline{H} \cdot d\underline{r} \,. \qquad (6.3)$$

Setzt sich das Modell aus mehreren isolierten Teilen zusammen, so können die Ströme nur in allen von oben magnetisch meßbaren Modellteilen bestimmt werden. Wenn man aber sicher sein kann, daß die wechselseitige Beeinflussung durch Induktion übereinanderliegender Modellteile klein ist, dann kann man den Magnetfeldanteil der darunterliegenden Modellteile, wie z.B. der Aluminiumplatte allein, dem induzierenden Feld zurechnen und die Ströme in der obersten dünnen Schicht bestimmen. Dazu ist Voraussetzung, daß das Magnetfeld der Aluminiumplatte durch darübergelegte Bleche nur unwesentlich geändert wird.

Die Berechnung der Ströme nach Gl. (6.2) bzw. (6.3) erfolgt numerisch. Die vorhandenen Daten der Magnetfeldmessung in Amplitude und Phase (s. Abschn.5.1 und 5.2) werden nach den Gl. (6.4) und (6.5) in Real- und Imaginärteil des Magnetfeldes umgeformt:

$$H_R = H \cdot \cos\phi \qquad \text{(Realteil)} \qquad (6.4)$$

$$H_I = H \cdot \sin\phi \qquad \text{(Imaginärteil)} \qquad (6.5)$$

Damit hat man die Möglichkeit, durch Differenzbildung das Magnetfeld der induzierten Ströme in Real- und Imaginärteil zu ermitteln. Imaginär- und Realteil des induzierten Stromes lassen sich deuten als der durch direkte Induktion (90°-Phase) und Selbstinduktion (0°-Phase) entstandene Anteil des induzierten Feldes [KERTZ, 1960].

Die Profile haben einen gegenseitigen Abstand von 12,5 cm. Es lag nahe, dieses Maß auch als Abstand von Gitterpunkten in Profilrichtung zu wählen. Damit hat man ein Netz von Gitterpunkten mit äquidistanten Abständen, deren dazugehörige Meßwerte zur

numerischen Integration nach Simpson bzw. bei Randwerten nach der Sehnentrapezregel verwendet wurden. Für jeden Gitterpunkt wird der Strom zwischen den zwei benachbarten Gitterpunkten in x- bzw. y-Richtung berechnet. Die Stromfunktion Gl. (6.2) bzw. (6.3) liefert die -y-Komponente des Stromes, wenn die drei Gitterpunkte in x-Richtung benachbart sind und für die Berechnung die x-Komponente des Magnetfeldes genommen wird, und die +x-Komponente des Stromes, wenn die drei Gitterpunkte in y-Richtung liegen und die y-Komponente des Magnetfeldes herangezogen wird. Die beiden Stromanteile werden zu einem Pfeil zusammengefaßt, der am mittleren Gitterpunkt angeheftet wird und Stärke und Stromrichtung angibt. Bei Integration nach der Trapezregel wird der Pfeil an den äußeren Gitterpunkt angeheftet.

Kleinräumige Amplitudenänderungen, wie sie z.B. bei Kanteneffekten auftreten, werden mit diesem Verfahren nicht erfaßt, wenn die Gitterpunkte nicht zufällig in diesem Gebiet liegen. Ebenso kann durch eine Integration über eine Kante hinweg ein Strom vorgetäuscht werden, der scheinbar in den leeren Raum hineinfließt (bei Strömen senkrecht zur Kante). Bei Stromkomponenten parallel zur Kante kommt der Strom an der Kante bei der Integration zu klein heraus, da das stromfreie Gebiet neben dem Blech mit gleichem Gewicht in die Integration eingeht wie das Gebiet über dem Blech (s. a. Abschn.6.3).

6.2 Äquivalentstromsystem in der Aluminiumplatte

Die Messungen des Magnetfeldes über der Aluminiumplatte, die in Abschn.5.1 dargestellt worden sind, enthielten stets das Gesamtfeld aus induzierendem und induziertem Anteil. Um das Feld der induzierten Ströme allein zu erhalten, muß das anregende

Feld abgetrennt werden. Dieses Feld ist in Abschn.2.2 berechnet worden, bei der experimentellen Nachprüfung (Abb.3.15) ergaben sich keine wesentlichen Abweichungen. Da bei der vektoriellen Differenzbildung nur Elemente gleicher Phase subtrahiert werden dürfen, wurden beide Felder nach den Gl. (6.4) und (6.5) in Real- und Imaginärteil zerlegt, die die 0°-Phase und 90°-Phase der Felder beschreiben. Damit kann die Differenzbildung punktweise vollzogen werden. Das Ergebnis ist das Feld der induzierten Ströme in der Platte in Real- und Imaginärteil, wie es in Abb.6.2 dargestellt ist.

Da für die Berechnung der Äquivalentströme nur horizontale Magnetfeldkomponenten benötigt werden, sind nur Real- und Imaginärteile der x- und y-Komponenten dargestellt worden. Vergleicht man die Realteile der beiden Komponenten in Abb.6.2 mit den entsprechenden Kurven der Abb.5.2 (unter Berücksichtigung der Phase), so erkennt man, daß die Struktur nicht geändert ist, aber daß die Amplituden kleiner geworden sind. In den Imaginärteilen ist nur eine Andeutung der Kurvenform zu bemerken, die Amplituden sind erheblich kleiner als die des Realteiles.

Aus diesen Daten wurden nach Gl. (6.3) die Äquivalentströme berechnet, getrennt für Real- und Imaginärteil, die auch gesondert gezeichnet wurden. In Abb.6.3 sind die beiden Stromkomponenten dargestellt worden: oben der Realteil, unten der Imaginärteil. Aufgetragen ist nach links die x-Richtung, nach oben die y-Richtung, die gleichzeitig die Richtung des induzierenden Flächenstromes ist. Die Begrenzung der Aluminiumplatte ist als gestrichelte Linie dazugezeichnet worden.

Der Realteil des Äquivalentstromsystems zeigt deutlich zwei Stromwirbel, wie auch schon in Abschn.5.1 angedeutet wurde. Die stärksten Ströme fließen in der Plattenmitte in -y-Richtung, ihr Magnetfeld verstärkt also das induzierende Feld, wie be-

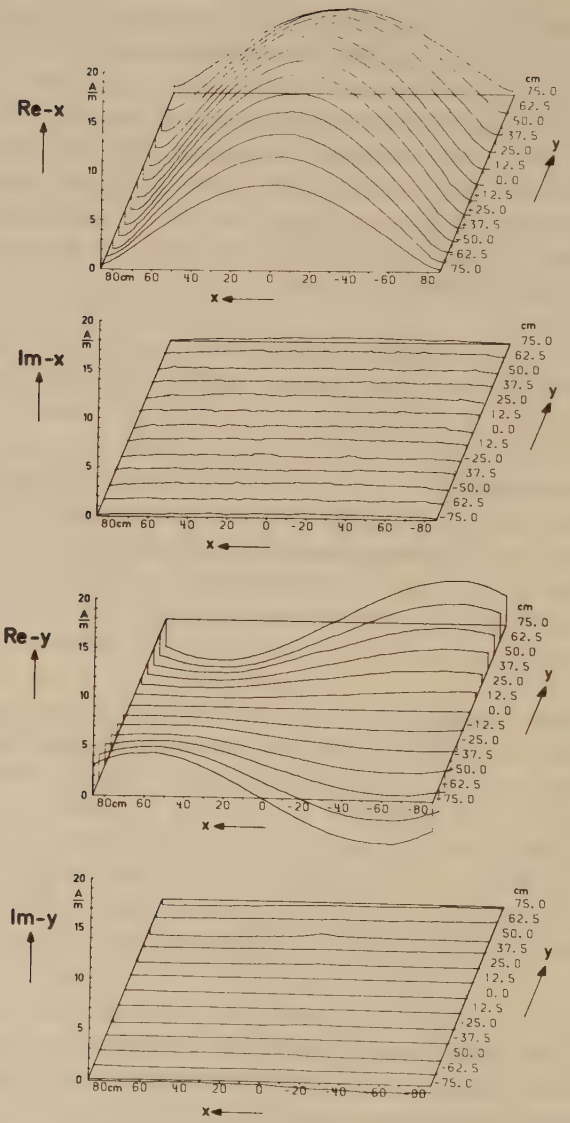

Abb.6.2: Real- und Imaginärteile der x- und y-Komponenten des Magnetfeldes der in der Aluminiumplatte induzierten Ströme

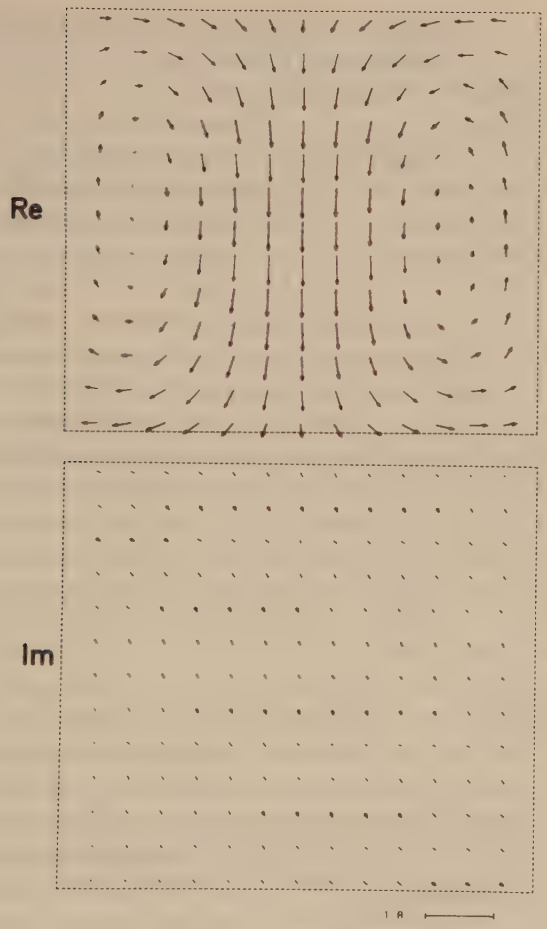

Abb.6.3: Äquivalentstromsystem in der Aluminiumplatte. Die Pfeile, die an äquidistanten Gitterpunkten angeheftet sind, geben Richtung und Betrag induzierter Ströme zwischen den benachbarten Gitterpunkten an. Aufgetragen ist nach links die x-Richtung, nach oben die y-Richtung, die zugleich Richtung der induzierenden Ströme ist. Oben ist der Realteil, unten der Imaginärteil der induzierten Ströme eingezeichnet. Die gestrichelte Linie gibt den Rand der Al-Platte an.

reits in Abb.5.1 zu bemerken war. An den Plattenrändern links und rechts tritt ein Strom in +y-Richtung auf, der zum Schließen der beiden Wirbel erforderlich ist.

Die Strompfeile des Imaginärteils sind erheblich kürzer als die des Realteils. Dies ist auch nach den Ausgangsdaten für die Stromfunktion (Abb.6.2) verständlich. Die Richtung der Ströme scheint auf den ersten Blick parallel zu sein, es ist keine Wirbelstruktur zu erkennen. Da Real- und Imaginärteil des Magnetfeldes von dem gleichen phasenverschobenen Strom herrühren, müssen auch die Strukturen der Äquivalentstromsysteme gleich sein. Es ist oben schon erwähnt worden, daß die Strukturen des Realteils des induzierten Magnetfeldes im Imaginärteil andeutungsweise wiederkehren. Wenn der Nullpunkt des Imaginärteils in der x-Komponente etwas nach positiven, in der y-Komponente nach negativen Werten verschoben wird, sollten die Wirbel mindestens angedeutet auch im Strombild sichtbar sein. Offenbar ist dieser Fehler auf den Phasenmesser zurückzuführen, der einen Phasensprung von 180° bei zu kleinen Amplituden nicht richtig ausmißt (vgl. Abschn.4.4.3).

Daß die Voraussetzungen zur Berechnung der Äquivalentströme (Abschn.6.1) nicht gut erfüllt sind, zeigt eine Abschätzung, wieviel von den Strömen in der Plattenmitte auch tatsächlich an den Rändern oberflächlich zurückfließen. Auf dem mittleren Profil erreicht der Anteil der zurückfließenden Ströme nur 40%, der andere Teil muß offenbar an der Unterseite der Platte zurückfließen, wo das induzierende Feld weitgehend abgeklungen ist. Für eine "dünne Schicht" fällt diese Abschätzung günstiger aus. Dies wird im folgenden Abschnitt gezeigt.

6.3 Äquivalentstromsystem bei Kanteneffekten

In der Einführung der Äquivalentstromsysteme wurde darauf hingewiesen, daß Ströme in isolierten Modellteilen ermittelt werden können, wenn das Magnetfeld ohne diese Teile bekannt ist und man sicher sein kann, daß die wechselseitige Induktion nicht wesentlich ins Gewicht fällt. Das soll in einem Experiment nachgeprüft werden.

Ähnlich wie bei der ersten Halbplattenanomalie in Abschn.5.2.1 wird ein dünnes Al-Blech mit einer Kante bei x = 0 in einem Abstand von 17 cm über die Aluminiumplatte (Oberfläche bei z = 76 cm) gelegt. Es werden zwei Profile bei y = 0 vorgesehen: das erste in einem Abstand von 11,5 cm über dem Blech (z = 47,5 cm), das zweite unter dem Blech (z = 71.0 cm) in dem Zwischenraum zwischen Blech und Platte. Die Profile liegen ungefähr symmetrisch zum Blech, so daß ein im Blech induzierter Strom von beiden Profilen mit gleicher Amplitude erfaßt wird.

Die auf diesen Profilen gewonnenen Meßwerte in Amplitude und Phase werden wieder nach Gl. (6.4) und (6.5) in Real- und Imaginärteil umgerechnet. Davon wird lediglich der Realteil der x-Komponente weiterverwendet. Auf den gleichen Profilen werden ebenfalls Meßwerte von der Al-Platte allein gewonnen, deren Realteile als "Normalfeld" von den reellen Meßwerten mit Blech subtrahiert werden. Übrig bleibt das anomale Magnetfeld H_a, das sich auf den Profilen 1 und 2 wie folgt zusammensetzt:

$$H_a(1) = B + P_a(1) \qquad (6.6)$$

$$H_a(2) = -B + P_a(2) \qquad (6.7)$$

Dabei ist B das Magnetfeld der im Blech induzierten Ströme, die alle zum anomalen Anteil zählen. Ferner wird berücksichtigt, daß wegen der symmetrischen Lage der Profile dieser Anteil auf

beiden Profilen betragsmäßig gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist. P_a ist das Magnetfeld der in der Al-Platte anomal induzierten Ströme, d.h. er rührt von dem Anteil der Plattenströme her, die durch das (anomale) Magnetfeld der Blechströme induziert werden. In P_a spiegelt sich die Kopplung zwischen Blech und Platte wider. Während B allein aus Messungen nicht bestimmt werden kann, erhält man aus den Gleichungen (6.6) und (6.7) durch Addition:

$$H_a(1) + H_a(2) = P_a(1) + P_a(2). \qquad (6.8)$$

Eine Kopplung zwischen Blech und Platte ist vorhanden, wenn $P_a(1) + P_a(2)$ wesentlich von Null verschieden ist. Der Grad der Kopplung läßt sich näherungsweise durch

$$k = \left| \frac{P_a(1) + P_a(2)}{P_n(1) + P_n(2)} \right| \qquad (6.9)$$

definieren. In Gl. (6.9) sind $P_n(1)$ und $P_n(2)$ die Magnetfelder der Ströme, die bei Abwesenheit des Bleches in der Platte induziert werden. Es lassen sich zwei Grenzfälle angeben:

a) Schwache Kopplung

Das Blech bewirke keine Schwächung durchdringender Magnetfelder. Die wechselseitige Induktionswirkung der Ströme im Blech und in der Platte soll so schwach sein, daß $P_a(1) \approx P_a(2) \approx 0$ ist. Damit ist nach Gl. (6.9) $k \approx 0$.

b) Starke Kopplung

Bei sehr starker Kopplung ist der Raum unterhalb des Bleches feldfrei, so daß das anomal induzierte Magnetfeld $P_a(2)$ das normal induzierte Magnetfeld $P_n(2)$ kompensiert:

$$P_a(2) = - P_n(2). \qquad (6.10)$$

Oberhalb des Bleches hat das Magnetfeld keinen Anteil von Strömen in der Platte. Da aber das normale Magnetfeld $P_n(1)$ abgezogen wird, ist

$$P_a(1) = - P_n(1). \qquad (6.11)$$

Damit folgt aus Gl. (6.9) $k = 1$.

Die experimentell ermittelten Werte von $H_a(1)$ und $H_a(2)$ sind in Kurve 1 (oberhalb des Bleches)bzw. Kurve 2 (unterhalb des Bleches) in Abb.6.4 dargestellt. Die beiden Kurven sind betragsmäßig keineswegs gleich, wie die Kurve 3 als Summe $H_a(1) + H_a(2)$ deutlich zeigt. Bildet man nach Gl. (6.9) den (ortsabhängigen) Kopplungsfaktor k, so ergibt sich für k als Maximalwert etwa 0,5, d.h. die Kopplung ist mäßig und eigentlich nicht vernachlässigbar. Die im folgenden durch Vernachlässigung der Kopplung erhaltenen Stromlinienbilder sind deshalb nur als approximativ zu betrachten. Sie vermitteln jedoch ein anschauliches qualitatives Bild, das auf andere Weise nicht zu erhalten gewesen wäre. Der wesentlichste systematische Fehler bei Vernachlässigung der Kopplung besteht in einer Unterschätzung der Flächenstromdichte im Blech; denn bei der Bestimmung der Flächenströme wird angenommen, daß $H_a(1)$ nur von Strömen im Blech herrührt. In Wirklichkeit enthält aber $H_a(1)$ auch den Anteil $P_a(1)$, der dem Anteil B der Blechströme entgegengerichtet ist und so ein geringeres B vortäuscht. Dies ist z.B. in Abb.6.4 zu erkennen, wo Kurve 1 kleiner als B und Kurve 2 betragsmäßig größer als B ist.

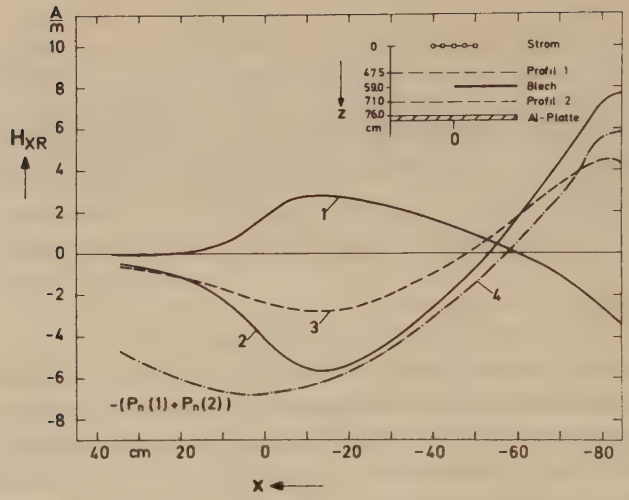

Abb.6.4: Realteile der x-Komponente des Magnetfeldes $H_a(1)$ und $H_a(2)$ der in der Halbplattenanomalie induzierten Ströme, die auf Profilen oberhalb (Kurve 1) und unterhalb des Bleches (Kurve 2) aufgenommen wurden. Die Summe $H_a(1) + H_a(2)$ ergibt Kurve 3. Als Vergleichskurve für sehr starke Kopplung zwischen der Al-Platte und dem Blech ist die Summe der Magnetfeldanteile der Al-Platte allein, aufgenommen auf den Profilen 1 und 2 $|P_n(1) + P_n(2)|$, dazugezeichnet worden.

6.3.1 Halbplattenanomalie

Für die Ermittlung der Äquivalentströme in dem über die Aluminiumplatte gelegten Blech (s. Abschn.5.2.1) wird das gleiche Verfahren angewandt, wie es schon in Abschn.6.3 beschrieben wurde: Induzierendes und in der Al-Platte induziertes Magnetfeld wird vektoriell von dem registrierten Feld des Modells mit Halbplatte subtrahiert. Diese Differenzdaten werden nach Gl. (6.2) in Äqui-

valentströme umgerechnet und nach der in Abschn.6.1 beschriebenen Weise als Pfeile dargestellt. Das Ergebnis zeigt Abb.6.5. Die gestrichelte Linie gibt den Rand der Aluminiumplatte an, die Kante des Bleches fällt mit der Pfeilreihe in der Plattenmitte zusammen. Oben ist der Realteil, unten der Imaginärteil der Ströme aufgetragen, der Vergleichswert für die Stromstärke ist als Balken darunter angegeben.

Wie zu vermuten war, fließen auch hier die Ströme in Wirbelform ähnlich wie in der Al-Platte (Abschn.6.2). Bedingt durch die größere Fläche des Bleches fließen die Rückströme bereits außerhalb des Meßbereiches, die letzten Strompfeile rechts deuten eine Stromumkehr gerade noch an. Die Stromstärke direkt an der Kante ($x = 0$) ist im Realteil geringer als bei $x = -12{,}5$cm. Die größte Magnetfeldstärke und damit die größte Flächenstromdichte tritt etwa bei $x = -5$ cm auf.

Der Imaginärteil der Ströme ist im Vergleich zu Abb.6.3 erheblich angewachsen, die Stromrichtung ist etwa gleich der des Realteils, eine Wirbelstruktur ist nur angedeutet zu erkennen. Die größten phasenverschobenen Ströme fließen direkt an der Kante, sie nehmen rasch auf nicht mehr sicher nachweisbare Stromstärken ab.

Wie gut die Voraussetzungen zum Berechnen der Äquivalentströme (Abschn.6.1) auf dieses Modell zutreffen, läßt sich anhand des Strombildes angeben. Schätzt man bei dem mittleren Profil wieder das Verhältnis von den Strömen links vom Umkehrpunkt zu den Rückströmen weiter außen ab, so kommt man auf einen Wert von etwa 70%, der unter Berücksichtigung aller Vernachlässigungen und Voraussetzungen schon realistischer ist.

Liegt die Blechplatte mit ihrer Kante in x-Richtung (vgl. zweite Halbplattenanomalie in H-Polarisation, Abschn.5.2.1), so werden durch die andere Geometrie des induzierenden Feldes in Bezug auf das Blech zwei Stromwirbel induziert, die als Äquivalent-

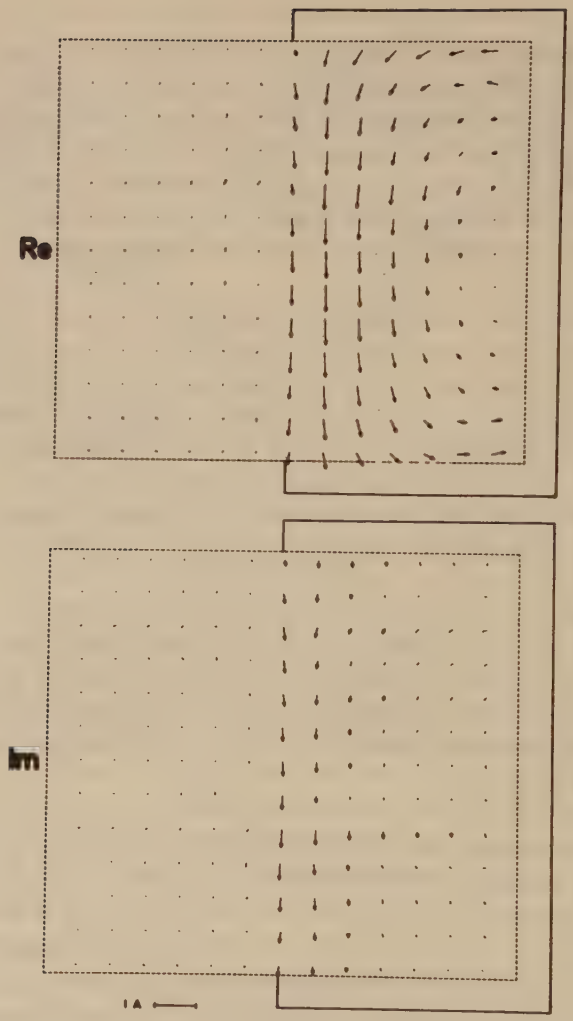

Abb.6.5: Äquivalentstromsystem im Aluminiumblech. Die Pfeile geben wie in Abb.6.3 Richtung und Betrag induzierter Ströme zwischen benachbarten Gitterpunkten an. Die gestrichelte Linie ist der Rand der Al-Platte, die durchgezogene Linie gibt die Lage der Halbplatte an.

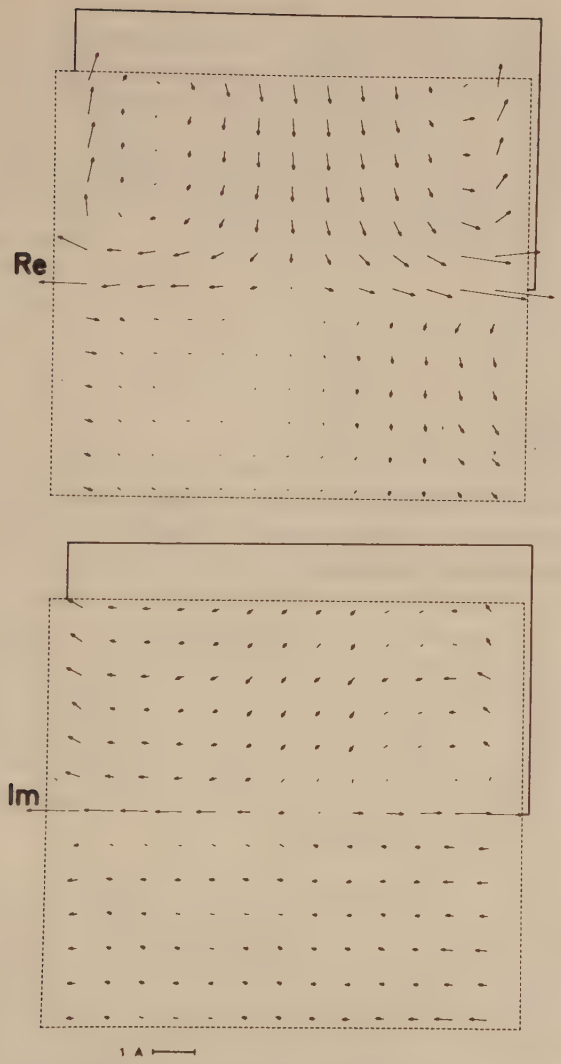

Abb.6.6: Äquivalentstromsystem in einer Halbplattenanomalie in H-Polarisation in Real- und Imaginärteil. Die Pfeile geben wie in Abb.6.3 Betrag und Richtung induzierter Ströme an. Der Rand der Al-Platte wird durch eine gestrichelte Linie, die Lage der Halbplatte durch eine ausgezogene Linie angegeben.

ströme in Abb.6.6 dargestellt sind. Durch das starke Magnetfeld in x-Richtung werden Ströme in -y-Richtung induziert, besonders in der Mitte des Bleches. Durch die Kante bei y = 0 werden sie abgelenkt, sie müssen nahe an der Kante weiterfließen und damit den Kanteneffekt in H_y erzeugen (s. Abschn. 5.2.1). Die Stromamplituden sind durchaus vergleichbar mit den Stromstärken der ersten Halbplattenanomalie in E-Polarisation.

6.3.2 Winkelanomalie

Die Stromverteilung in der Winkelanomalie (s. Abschn.5.2.2) zeigt das nächste Bild (Abb.6.7). Die Geometrie der Ströme in den beiden Halbplatten spiegelt sich in dieser Stromverteilung andeutungsweise wider: links oben ist der kleine Stromwirbel von der Halbplattenanomalie in H-Polarisation zu sehen. Rechts ist die Struktur der ersten Halbplattenanomalie in E-Polarisation recht gut zu erkennen, aber überlagert von einem zweiten Stromwirbel rechts oben, der von der darunterliegenden zweiten Halbplatte herrührt. In der Umgebung der beiden Kanten ist der Imaginärteil am stärksten. Am Schnittpunkt der beiden Bleche tritt der größte Pfeil auf, der in keiner der beiden Halbplattenanomalien auftauchte.

Wie sehr es auf die Reihenfolge der beiden Bleche bei dem Studium von Induktionsvorgängen ankommt, soll anhand dieser Winkelanomalie gezeigt werden. Bisher lagen die beiden Bleche so aufeinander, daß das rechte Blech oben, das Querblech unten lag. Beide Bleche waren elektrisch nicht miteinander verbunden, aber magnetisch fest gekoppelt, so daß sich die induzierten Ströme gegenseitig beeinflussen konnten. Außerdem wurde das untere Blech vom oberen teilweise abgeschirmt und so die Induktion im unteren Blech beeinflußt. In Abb.6.8 sind die Ergebnisse

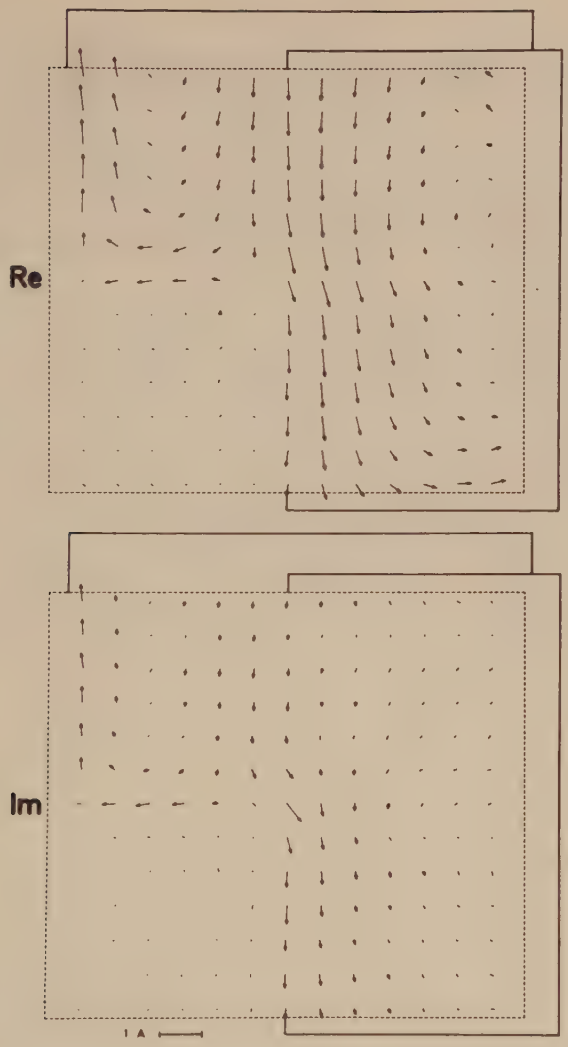

Abb.6.7: Äquivalentstromsystem in der Winkelanomalie in Real- und Imaginärteil. Die Pfeile geben wie in Abb.6.3 Betrag und Richtung induzierter Ströme in den Blechen an. Der Rand der Al-Platte wird durch eine gestrichelte Linie, die Lage der beiden Bleche durch ausgezogene Linien dargestellt. Das rechte Blech liegt oben, das Querblech unten.

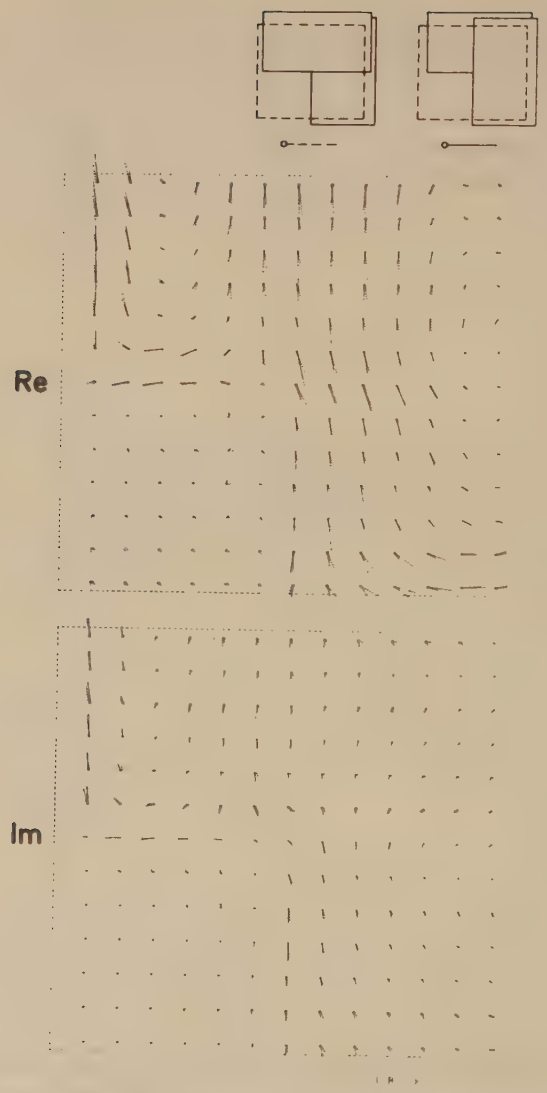

Abb.6.8: Einfluß einer unterschiedlichen Anordnung der beiden Bleche der Winkelanomalie auf die induzierten Äquivalentströme. Die ausgezogenen Pfeile geben die induzierten Ströme an, bei denen das rechte Blech oben, das Querblech unten lag. Bei Vertauschen der beiden Bleche (das rechte Blech unten, das Querblech oben) ergeben sich Äquivalentströme, die gestrichelt dargestellt wurden.

der unterschiedlichen Anordnungen gegenübergestellt worden. Die ausgezogenen Pfeile zeigen die Ergebnisse, die oben bereits dargestellt wurden (Abb.6.7). Dort lag das rechte Blech oben. Die gestrichelten Pfeile geben die Ströme an, bei denen die Reihenfolge der Bleche vertauscht worden ist, das Querblech liegt jetzt oben und das rechte Blech unten.

Der Vergleich der beiden Modellanordnungen zeigt, daß kaum eine Änderung der Stromamplitude, sondern eine Änderung der Stromrichtung vorliegt. Befindet sich das rechte Blech oben, so liegt hauptsächlich die Struktur der ersten Halbplattenanomalie vor, modifiziert durch einen Wirbel des Querbleches darunter. Wenn das Querblech oben liegt, ist der Einfluß des rechten Bleches etwas abgeschwächt, so daß der rechte Wirbel eine stärkere Abweichung der induzierten Ströme von der y-Richtung bewirken kann. Die ursprünglich symmetrischen Wirbel im Querblech sind allerdings noch unsymmetrischer geworden: die Trennungslinie zwischen den beiden Stromwirbeln ist mehr nach links gerückt.

7. Anwendungsbeispiele

7.1 Nachbildung der kalifornischen Küstenanomalie

In diesem letzten Abschnitt soll gezeigt werden, daß Beobachtungsergebnisse in der Natur auch mit Modellversuchen richtig gedeutet werden können. In Abb.7.1 sind die Verhältnisse der induzierten z-Komponente Z zu dem normalen H (Z/H) über einem Profil aufgetragen, das SCHMUCKER [1964] von einer Insel vor San Francisco in Kalifornien bis nach Fallon in Nevada vermessen hat, jeweils in Real- und Imaginärteil für eine Periode von 30 min. Die Insel Farallon Island liegt etwa 30 km von der Abbruchkante des Kontinents entfernt. Die Abbruchkante verursacht einen Kanteneffekt zwischen Ozean und Kontinent.

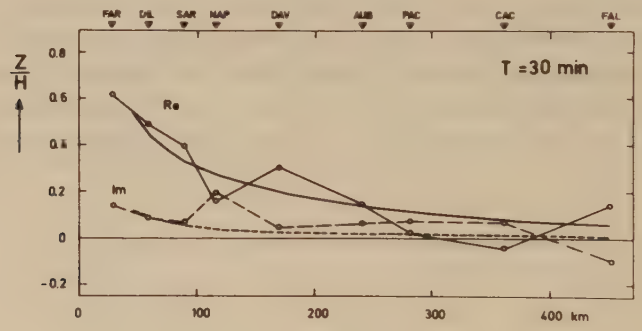

Abb.7.1: Vergleich von Profilmessungen der kalifornischen Küstenanomalie mit den Ergebnissen von Modellversuchen. Die Verhältnisse des anomalen Z zum normalen H (Z/H) auf einem Profil quer zur Küste (durch Kreise markiert) werden in Real- und Imaginärteil den Modellkurven gegenübergestellt, die in der Ebene vom Blech (=Modellozean) gewonnen wurden. Ausgezogene Kurven geben den Realteil, gestrichelte Kurven den Imaginärteil wieder.

Ich habe versucht, die Verhältnisse in Kalifornien im Modell nachzubilden. Mit der Transformation (Gl.2.13) zwischen Modell und Natur, wie sie in Tab.7.1 angegeben ist,

Tab.7.1: Zur Interpretation der kalifornischen Küstenanomalie

Größe	Modell	Natur
d	1 mm Blech 9 cm Abstand zur Al-Platte	3 km Ozean 270 km Substratum
ρ	$4{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ωm	0,25 Ωm Meerwasser
f	1 kHz	$6{,}173 \cdot 10^{-4}$ Hz $\hat{=}$ 27 min Periode
α	0,419	

erhält man die durchgezogene Kurve für den Realteil und die gestrichelte Kurve für den Imaginärteil meiner Messungen. Die in Kalifornien gemessenen Werte sind mit Kreisen markiert. Es ergibt sich eine recht gute Übereinstimmung der beiden Kurven.

Der Grund dafür, daß die Modellkurve nicht bis an die Kante heranführt, liegt an meinem Meßverfahren: Die Meßwerte sind in der Ebene des Bleches gewonnen worden, wo ein kleinster horizontaler Abstand wegen der Größe der Sonde nicht unterschritten werden kann. Führt man die Sonde in einem kleinen vertikalen Abstand über das Blech, dann bedeutet dies, daß man nicht auf dem Erdboden gemessen hat, sondern - entsprechend der Transformation - z.B. in einer Höhe von 30 km: die Kurven erscheinen geglättet und in ihrer Amplitude reduziert. Unmittelbare Vergleiche mit Messungen am Erdboden sind damit nicht möglich, nur die Tendenz der Kurve läßt sich so angeben. Geplant ist die Entwicklung eines Rechenprogramms, das es er-

laubt, die bei Modellversuchen gemessenen Magnetfelder nach unten auf die Quellen zu fortzusetzen.

7.2 Versuch einer Nachbildung der Anomalie in Südwestaustralien

Ein weiteres Beispiel einer oberflächennahen Anomalie mit tieferliegender Einlagerung zeigt Abb.7.2. Dort sind Z/H-Verhältnisse über einem Profil aufgetragen, das EVERETT und HYNDMAN [1967] in Australien vermessen haben, und zwar sind hier nur die Komponenten senkrecht zur Westküste berücksichtigt worden. In ihrer Arbeit verglichen EVERETT und HYNDMAN ihre Meßergebnisse mit Messungen des Küsteneffektes in Kalifornien [SCHMUCKER, 1964] und kommen zu dem Schluß, daß die gut leitende Schicht im tieferen Untergrund von Australien mit einer Tiefe von 250 km normalerweise erheblich tiefer liegt als in Kalifornien. Nur in der Nähe der Westküste tritt diese Konduktosphäre in diesem einfachen Modell bis auf etwa 100 km an die Erdoberfläche heran.

Ich habe diese Leitfähigkeitsverhältnisse in einem nur zweidimensionalen Modell nachzubilden versucht. Alle Einflüsse der Südküste, die evtl. vorhanden sein können, sind hierbei nicht berücksichtigt worden. Mit den in Tab.7.2 angegebenen Parametern von Modell und Natur, die untereinander durch die Transformation Gl. (2.13) verknüpft sind, erhält man die beste Anpassung zwischen den Meßkurven von Modell und Natur.

Die Aufwölbung der Konduktosphäre wurde mit einem Zylinder von 8 cm Durchmesser als Einlagerung unter der Küste nachgebildet, der - abweichend von Abschn.5.4.1 - 2 cm landeinwärts parallel zur Küste verschoben wurde. Die Meßkurven über dieses Modell sind in Abb.7.2 als durchgezogene Linien in Real- und Imaginärteil aufgetragen worden. Die Meßwerte von EVERETT und HYNDMAN sind durch Kreise markiert. Während sich im Imaginärteil keine Übereinstimmung feststellen läßt, ist die Übereinstimmung der

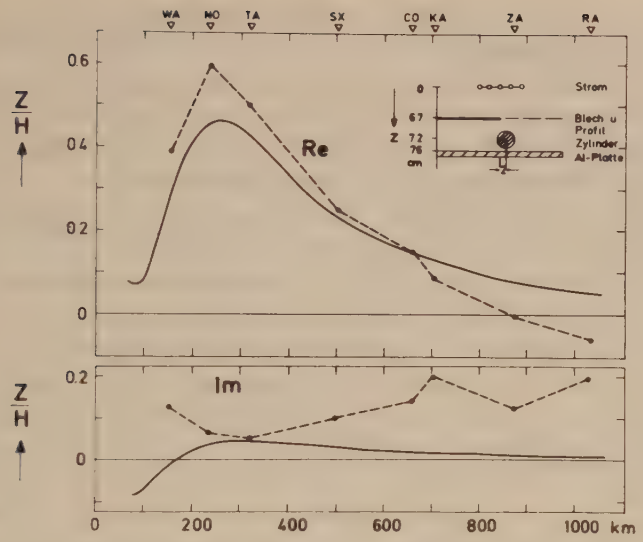

Abb.7.2: Vergleich der Meßergebnisse der Anomalie in Südwestaustralien mit Modellkurven. Das Verhältnis Z/H auf einem Ostwestprofil mit 8 Stationen wird in Real- und Imaginärteil verglichen mit Modellkurven, die (zweidimensional) die Aufwölbung der gut leitenden Schicht im tieferen Untergrund in der Nähe der Küste durch Annahme eines leitfähigen Zylinders zwischen Oberfläche und Al-Platte approximieren. Die Modellkurven sind als durchgezogene Linien, die Meßpunkte in der Natur durch Kreise dargestellt.

Tab.7.2: Zur Interpretation der südwestaustralischen Küstenanomalie

Größe	Modell	Natur
d	0,9 mm Blech 9 cm Abstand zur Al-Platte	4 km Ozean 400 km Konduktosphäre
ρ	$4{,}05 \cdot 10^{-8}$ Ωm	0,25 Ωm Meerwasser
f	1 kHz	$3{,}125 \cdot 10^{-4}$ Hz $\hat{=}$ 53 min Periode
α	0,397	

Kurven im Realteil befriedigend. Die Modellkurve erreicht nicht das Maximum von EVERETT und HYNDMAN, auch die Steigung weiter rechts ist noch nicht groß genug. Eine Verbesserung wäre erreichbar, wenn der Abstand zwischen Blech und Al-Platte vergrößert wird. Aber schon jetzt besteht eine erhebliche Abweichung zwischen den Tiefenangaben der Konduktosphäre von EVERETT und HYNDMAN (250 km) und den Modellangaben (400 km).

8. Zusammenfassung

Es wird eine Apparatur zur Simulation elektromagnetischer Induktionsvorgänge vorgestellt, die zur Deutung von elektrischen Leitfähigkeitsanomalien in Erdkruste und Oberem Mantel dienen kann. Die dazu notwendige Transformationsbeziehung zwischen Leitfähigkeit, Frequenz und Länge in der Natur und dem Modell wird in Kap.2 hergeleitet. Eine Beschreibung der Modellversuchsapparatur enthält Kap.3. Die Modelle, die aus Metall in Form von Blechen, Zylindern und Platten bestehen, werden dem Feld eines Flächenstromes ausgesetzt. Das Magnetfeld der induzierten Ströme wird zusammen mit dem induzierenden Feld von drei kleinen Induktionsspulen, die in x-, y- und z-Richtung ausgerichtet sind, abgetastet und nach Verstärkung als Amplitude und Phase über einem Profil aufgezeichnet. Die möglichen Meßfehler werden in Kap.4 abgeschätzt.

Es werden drei Gruppen von Modellexperimenten durchgeführt, die alle Kanteneffekte enthalten (Kap.5):

1. Nach einer Untersuchung der gut leitenden Schicht im oberen Mantel (Tiefe etwa 165 km bis 360 km), die im Modell durch eine dicke Aluminiumplatte dargestellt wird, werden Kanteneffekte in E- und H-Polarisation, wie sie z.B. an Ozeanküsten auftreten, behandelt. Der oberflächliche gute Leiter (z.B. das Meer) wird durch ein dünnes Blech nachgebildet, dessen Dicke klein gegenüber der elektromagnetischen Eindringtiefe ist. Um die räumliche Verteilung des Magnetfeldes zu untersuchen, werden diese Modelle flächenhaft vermessen und eine quasiperspektivische Darstellung zur Abbildung der Meßergebnisse gewählt. Eine Kombination der Kanteneffekte in E- und H-Polarisation ist die Winkelanomalie, bei der die beiden Bleche im rechten Winkel übereinanderliegen. Dieses Modell kann nicht mehr als zweidimensional angesehen werden.
2. In der zweiten Gruppe werden Inseleffekte bzw. Grabenanomalien behandelt. Dabei treten jeweils zwei parallele Kanten auf, deren gegenseitiger Induktionseinfluß in Abhängigkeit von

der Insel- bzw. Grabenbreite untersucht wird. Große laterale Leitfähigkeitsunterschiede lassen sich auch bei dünnen Schichten sicher nachweisen, während kleine Leitfähigkeitsunterschiede (etwa 1 : 2) nur sehr kleine Amplitudenunterschiede ergeben.

3. In der dritten Gruppe wird die Veränderung von Kanteneffekten untersucht, die bei Einfügen einer gut leitenden zylinderförmigen Einlagerung zwischen oberflächennaher dünner Schicht und Substratum entsteht. Hier spielt die wechselseitige Induktion von verschiedenen Teilen des Modells eine wichtige Rolle. Es werden Kanteneffekte in E- und H-Polarisation mit untergelegtem Zylinder behandelt, dessen Achse senkrecht bzw. parallel zur Kante verläuft und der das Amplituden- und Phasenbild verändert.

Für die flächenhaft vermessenen Anomalien werden Äquivalentstromsysteme hergeleitet, die ein anschauliches qualitatives Bild der induzierten Ströme im Modell liefern. Die Verteilung der Ströme in der dünnen Schicht wird durch Strompfeile in Real- und Imaginärteil dargestellt. Zum Abschluß der Arbeit werden zwei Anwendungsbeispiele behandelt, bei denen die in der Natur gemessenen Z/H-Verhältnisse mit entsprechenden Meßwerten der Modellanordnungen verglichen werden. Dabei zeigt das Beispiel des kalifornischen Küsteneffektes, daß die Ergebnisse von Modellversuchen vernünftig auf Messungen in der Natur übertragen werden können.

9. Literaturverzeichnis

BECKER, R. und F. SAUTER: Theorie der Elektrizität I, 17.Aufl., Teubner, Stuttgart, 1962.

DOSSO, H.W.: The electric and magnetic fields in a stratified flat conductor for incident plane waves. Can. J. Phys., 43, 898 - 909, 1965.

DOSSO, H.W.: A plane-wave analogue model for studying electromagnetic variations. Can. J. Phys., 44, 67 - 80, 1966a.

DOSSO, H.W.: Analogue model measurements for electromagnetic variations near a coastline. Can. J. Earth Sci., 3, 917 - 936, 1966b.

DOSSO, H.W.: A review of analogue model studies of the coast effect. Phys. Earth Planet. Inter., 7, 294 - 302, 1973.

DOSSO, H.W., and J.A. JACOBS: Analogue model measurements of electromagnetic variations in the near field of an oscillating line current. Can. J. Earth Sci., 5, 23 - 29, 1968.

DOSSO, H.W., V. RAMASWAMY, F.W. JONES, and D.J. THOMSON: On the comparison of laboratory electromagnetic analogue model measurements and finite-difference numerical calculations. Phys. Earth Planet. Inter., 9, 108 - 110, 1974.

EVERETT, J.E., and R.D. HYNDMAN: Geomagnetic variations and electrical conductivity structure in south-western australia. Phys. Earth Planet. Inter., 1, 24 - 34, 1967.

HERMANCE, J.F.: Model studies of the coast effect on geomagnetic variations. Can. J. Earth Sci., 5, 515 - 522, 1968.

JONES, F.W.: Induction in laterally non-uniform conductors: Theory and numerical models. Phys. Earth Planet. Inter., 7, 282 - 293, 1973.

JONES, F.W., and L.J. PASCOE: The perturbation of alternating geomagnetic fields by three-dimensional conductivity inhomogenities. Geophys. J., 27, 479 - 485, 1972.

KERTZ, W.: Leitungsfähiger Zylinder im transversalen magnetischen Wechselfeld. Gerlands Beitr. Geophys., 69, 4 - 28, 1960.

KERTZ, W.: Einführung in die Geophysik I. Bibliographisches Institut, Mannheim, 1969.

KERTZ, W.: Potentialtheorie in der Geophysik. Vorlesungsmanuskript, Institut für Geophysik und Meteorologie der TU Braunschweig, 1973.

KOHLRAUSCH, F.: Praktische Physik II. 20. Aufl., Teubner, Stuttgart, 1956.

KÜPFMÜLLER, K.: Einführung in die theoretische Elektrotechnik. 10. Aufl., Springer, Berlin usw., 1973.

LAUNAY, L.: Modèle reduits magnéto-telluriques: principe et premiers résultats. Ann. Géophys., 26, (3), 805 - 810, 1970.

LINES, L.R., and F.W. JONES: The perturbation of alternating geomagnetic fields by three-dimensional island structures. Geophys. J., 32, 133 - 154, 1973.

MEYER, J.: Elektromagnetische Induktion in einem leitenden homogenen Zylinder durch äußere magnetische und elektrische Wechselfelder. Mitt. Max-Planck-Inst. Aeronomie, Nr. 13, 1963.

POLLACZEK, F.: Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung. E.N.T., 3, 339 - 359, 1926.

RIKITAKE, T.: Developments in solid earth Geophysics II: Electromagnetism and the earth's interior. Elsevier, Amsterdam usw., 1966.

RIKITAKE, T.: The undulation of an electrically conductive layer beneath the islands of Japan. Tectonophysics, 7, 257 - 264, 1969.

SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. J. Geomagn. Geoelectr., 15, 193 - 221, 1964.

SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. Bull. Scripps Inst. Ocean. Univ. Calif., 13, 1970.

SCHMUCKER, U.: Neue Rechenmethoden zur Tiefensondierung. Protokoll über das Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" in Rothenberge/Westf., 1 - 39, 1971.

SCHMUCKER, U., and J. JANKOWSKI: Geomagnetic induction studies and the electrical state of the Upper Mantle. In: A.R. Ritsema (Herausgeber), The Upper Mantle. Tectonophysics, 13 (1 - 4), 233 - 256, 1972.

SPITTA, P.: Modellversuche zur erdmagnetischen Induktion in Leitfähigkeitsanomalien. Diplomarbeit, Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1963.

SPITTA, P.: Scale model experiments with solid conductors. Phys. Earth Planet. Inter., 7, 445 - 449, 1973.

STEVELING, E.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit Variationen und Pulsationen im Einflußbereich der norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie. Diss. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1973.

THOMSON, D.J., V. RAMASWAMY, and H.W. DOSSO: Model measurements of electromagnetic variations near a coastline for localized source fields. J. Geomagn. Geoelectr., 24, 317 - 336, 1972.

TIETZE, U. und CH. SCHENK: Halbleiter-Schaltungstechnik. 2. Aufl., Springer, Berlin usw., 1971.

UNTIEDT, J.: Conductivity anomalies in central and southern Europe. J. Geomagn. Geoelectr., 22, 131 - 149, 1970.

WAGNER, K.W.: Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen. Deitrich, Wiesbaden, 1947.

WARD, S.H.: Foreword and introduction in: Special issue on electromagnetic scattering. Geophysics, 36, 1 - 8, 1971.

WEIDELT, P.: Electromagnetic induction in three-dimensional structures. J. Geophys., 41, 85 - 109, 1975.

WHITHAM, K.: Anomalies of geomagnetic variations in the arctic archipelago of Canada. J. Geomagn. Geoelectr., 15, 227 - 240, 1964.

WINTER, R.: Der Oberrheingraben als Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit, untersucht mit Methoden der erdmagnetischen Tiefensondierung. Diss. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1973.

Die vorliegende Dissertation wurde im Institut für Geophysik der Universität Göttingen angefertigt. Dem Direktor des Institutes, Herrn Prof. Dr. M. Siebert, danke ich herzlich für Anregung und wohlwollende Förderung meiner Arbeit.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. U. Schmucker und Herrn Dr. P. Weidelt für wertvolle fachliche Unterstützung und viele nützliche Diskussionen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Bereitstellung finanzieller Mittel im Rahmen einer Sachbeihilfe. Die numerischen Rechnungen und ein Teil der Zeichnungen wurden mit Hilfe der UNIVAC 1108 der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung in Göttingen durchgeführt.

Lebenslauf

Am 8. März 1936 wurde ich in Hamburg-Altona als Sohn des Lehrers Dr. Theodor Spitta und seiner Ehefrau Anna Spitta, geb. Suhling, geboren. Nach der Grundschule in Häusern bei St. Blasien/Schwarzwald und in Oldenburg i.O. besuchte ich von 1948 bis zum Abitur 1956 die Freie Waldorfschule in Hannover. Mit dem Sommersemester 1956 begann ich das Studium der Physik an der Technischen Hochschule in Karlsruhe und bestand dort 1959 die Diplomvorprüfung. Nach Anfertigung einer Diplomarbeit am Institut für Geophysik der Universität Göttingen legte ich 1963 die Diplomprüfung in Physik ab. Während meiner anschließenden Anstellung als Verwalter einer wissenschaftlichen Assistentenstelle erlitt ich 1966 einen schweren Verkehrsunfall, dessen Folgen für lange Zeit meine wissenschaftliche Arbeit erschwerten. Im Jahre 1969 mußte ich aus dem öffentlichen Dienst ausscheiden. Seitdem bin ich als freier Mitarbeiter am Institut für Geophysik tätig.